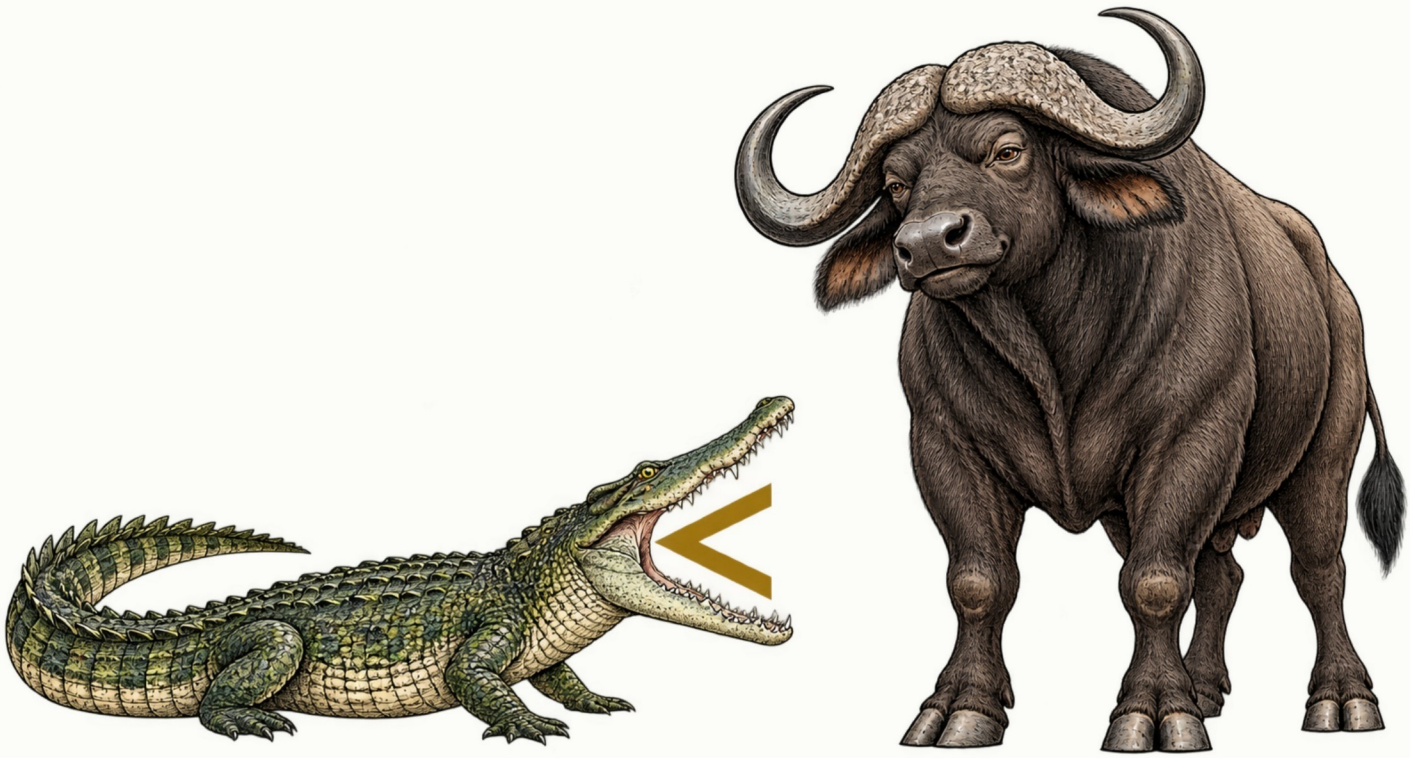
MathExam

МАТЕМАТИКА

Наталья Алябьева

Курс молодого ОГЭшника

ОГЭ · 9 КЛАСС



Базовый разбор задач ОГЭ по математике
с юмором и тренажёрами

КНИЖНАЯ СЕРИЯ MATHEXAM

Курс молодого ОГЭшника

Базовый разбор задач ОГЭ по математике с юмором и тренажёрами

Наталья Алябьева



Этот экземпляр принадлежит
ученику (ученице) 9 «___» класса

_____

Подготовка по утверждённой модели ОГЭ 2027 года · редакция от 18 ноября 2026 года

С математической разминкой, разборами и заданиями для самостоятельной работы

Независимое авторское учебное пособие. Не является официальным изданием ФИПИ или Рособрнадзора и не связано с этими организациями.

Оглавление

Предисловие, или Зачем эта книга....4
Как устроена эта книга....5
Краткий брифинг: что вообще происходит....6
Мифы и легенды ОГЭ....7
Экипировка выживальщика....8
Математический ликбез: закрыть пробелы до ОГЭ....9
Перед стартом: диагностика и карта тренажёров....14
Часть первая: алгебра, графики, вероятность....15
Геометрия: та самая обязательная....48
Часть вторая: задачи с полным решением....56
Самостоятельная работа по заданиям 21, 22, 24 и 25....67
Ответы....68
Решения самостоятельной работы....69
Словарик паникующего девятиклассника....73
Вредные советы бывалого двоечника....74
Бинго подготовки к ОГЭ....75
Оракул на случай паники....76
Математический гороскоп....77
Чек-лист последнего вечера....78
Заключение, или Честное признание напоследок....79

Предисловие, или Зачем эта книга

Меня зовут Наталья Михайловна. Я учитель математики, и за годы работы я выучила наизусть не только формулы сокращённого умножения, но и выражение лица девятиклассника, которому в очередной раз сказали слово «надо».

«Надо готовиться». «Надо взяться за ум». «Надо понимать, насколько это серьёзно». К весне это слово стирается до дыр, как любимая формула на полях учебника. У «надо» вообще удивительное свойство: первые десять раз оно звучит как призыв, следующие сто — как фон, а дальше организм включает от него защиту, как от рекламы. И я его понимаю, организм. Я бы тоже включила.

Заметьте: сама математика ни о чём таком не просила. Она не требовала каменных лиц и трагических вздохов. Дроби не кусаются. Дискриминант не приходит ночью. Парабола вообще улыбается — во всяком случае, пока старший коэффициент положительный.

Серьёзность вокруг экзамена разрослась настолько, что её иногда путают с самой подготовкой: посидел два часа с мрачным лицом над вариантом — считай, позанимался. Но я слишком часто видела другое. Тревога крадёт даже те баллы, которые вы умеете зарабатывать. Испуганный человек теряет минус при переносе через знак равенства, читает условие по диагонали, пишет вероятность «два с половиной» и даже не удивляется. Формулы он, может быть, и знал. Просто в решающий момент они спрятались вместе с ним под парту.

Поэтому мне захотелось написать книжку наоборот. Не «надо прочитать», а «хочется дочитать». Чтобы девятиклассник открыл её вечером полистать — просто потому, что смешно про крокодила, который открывает пасть к большему числу, — а через неделю с удивлением обнаружил, что помнит, чем медиана отличается от биссектрисы и почему у ромба с прямоугольником такие разные отношения с собственными диагоналями.

Пусть лёгкий тон вас не обманывает: внутри всё по-настоящему. Здесь собраны тренировочные задачи по типам ОГЭ, реальные ловушки, в которые попадают на экзамене, и рабочие способы их обойти. Просто рассказано это не голосом строгого диктора из объявления «до экзамена осталось...», а так, как рассказал бы человек, который сто раз прошёл этот путь вместе со своими учениками и точно знает: сдать — можно. Понять — можно. А иногда, страшно сказать, можно даже получить удовольствие.

Если хотя бы один читатель откроет главу про вероятность потому, что она смешная, а потом на экзамене спокойно поделит благоприятные исходы на все и получит нормальное число от нуля до единицы — я буду считать, что книга удалась.

P. S. Если вы взрослый и купили эту книгу ребёнку — спасибо вам. Только, вручая её, не говорите, пожалуйста, «это надо прочитать». Скажите: «смотри, тут про крокодила». Работает лучше.

Читайте, смейтесь, решайте. Можно всё сразу.

С верой в каждого девятиклассника,
Наталья Михайловна, учитель математики,
автор тренажёров mathexam.space/b/oge26-2/01/

Как устроена эта книга

На каждый номер экзамена — а для заданий 1–5 на общий сюжетный блок — здесь заведено досье из семи пунктов.

До экзаменационных досье расположен нулевой маршрут — математический ликбез. Его не нужно проходить целиком: выберите только те базовые действия, на которых спотыкаетесь, почините один навык и возвращайтесь к заданиям ОГЭ.

— **Что хотят.** Коротко и честно: что именно проверяет задание.

— **Классическая ловушка.** Место, где чаще всего теряют балл. Ловушки в книге настоящие, проверено поколениями девятиклассников.

— **Вредный совет.** Так делать не нужно. Этот пункт написан для смеха — и для прививки: посмеявшись над вредным советом, следовать ему уже как-то неловко.

— **А теперь серьёзно.** Рабочий приём без шуток. Ну, почти без шуток.

— **Карта темы.** Основные типы задач, случаи и рабочие методы разложены по полочкам. Это оглавление ваших будущих побед.

— **Разбор задачи.** Настоящая типовая задача, решённая до конца, шаг за шагом. Каждый шаг — одно действие: здесь не бывает «дальше очевидно». Прочитал разбор — закрой его и реши задачу сам: это честный тест на понимание.

— **Проверь себя.** Несколько задач для самостоятельной тренировки. Ответы — в конце книги, в главе «Ответы».

Важно: эта книга — маршрут, а не энциклопедия. Для каждого задания мы разбираем один или несколько базовых прототипов, на которых удобно увидеть главный приём. Формулировки, рисунки и сочетания условий на экзамене могут быть другими. В книге — главный приём, в тренажёре — вариативная практика, а в школьном учебнике или полном курсе — систематическая теория.
Во многих тренажёрах есть подсказки и пошаговые разборы: попробуйте сделать первый шаг сами. Застряли — откройте одну подсказку и продолжайте. После разбора решите похожую задачу с чистого листа.

В конце каждого досье указан адрес материала по теме: интерактивного тренажёра или дополнительного разбора. Читать про плавание полезно, но плавать учатся в воде. Бесплатные материалы собраны на странице mathexam.space/b/oge26-2/52/.

Тренажёры с бумаги. Если QR-код не открывается, зайдите на mathexam.space/oge/ и выберите номер задания. Для заданий 1–5 выберите ещё и сюжет, например «Шины».
Читать книгу можно подряд, а можно открывать на случайной странице — как гороскоп, только с пользой. Кстати, гороскоп внутри тоже есть.

Краткий брифинг: что вообще происходит

ОГЭ по математике — это не битва с системой. Это 25 заданий, составленных по темам школьной программы. Экзамен проверяет, узнаете ли вы знакомые идеи в новой формулировке.

- 25 заданий: 19 в первой части и 6 во второй.
- 3 часа 55 минут времени — дольше, чем любой фильм, который вы досмотрели без паузы.
- 31 первичный балл максимум: задания первой части стоят по одному баллу, второй — по два.
- Для ОГЭ 2026 года рекомендовали минимум 8 первичных баллов, включая не меньше двух за задания по геометрии.

Шкалу перевода баллов в оценки утверждает регион — точную версию спросите у своего учителя. В федеральных рекомендациях на 2026 год для минимального результата предусмотрены как минимум два геометрических балла, поэтому геометрию игнорировать опасно. Геометрия — дама обидчивая.

Структура экзамена и критерии приведены по материалам ФИПИ для ОГЭ 2027 года.

Мифы и легенды ОГЭ

Миф первый. «ОГЭ невозможно сдать». Возможно. В рекомендациях на 2026 год минимум составлял 8 первичных баллов из 31, включая не меньше двух по геометрии. Если набирать их заданиями первой части, это чуть меньше половины из девятнадцати. Все темы взяты из школьной программы, никаких сюрпризов из космоса там не выдают.

Миф второй. «Вторую часть решают только гении». Задания 20 и 21 — это обычная алгебра из учебника, просто записанная аккуратно и полностью. Гениальность не требуется. Требуются почерк, который сможет прочитать эксперт, и привычка не терять минусы по дороге.

Миф третий. «За неверный ответ снимают баллы». В первой части штрафов нет. Неверный ответ просто не приносит балл — ровно как и пустая клетка. Поэтому оставлять поле пустым невыгодно: записанный разумный ответ имеет шанс, пустота — никогда.

Миф четвёртый. «Геометрию можно пропустить». По федеральным рекомендациям на 2026 год для минимального результата требовалось не меньше двух баллов по геометрии. Уточните правила своего года в школе. Хорошая новость: задания 15–19 — самые узнаваемые в геометрии, а задание 18 вообще решается подсчётом клеточек. Клеточки — ваши союзники.

Миф пятый. «Ночь зубрёжки перед экзаменом всё решит». Сонный мозг путает плюс и минус, а это самые дорогие ошибки на ОГЭ. Выспаться — тоже подготовка, причём самая приятная её часть. Формулы, выученные в три часа ночи, обычно просыпаются позже вас.

Экипировка выживальщика

Что берём с собой на экзамен.

— **Паспорт.** Без него в аудиторию пустят только вашу тревогу, а она считает плохо.

— **Гелевая или капиллярная ручка с чёрными чернилами.** Рекомендую взять две: первая — рабочая, вторая — талисман и страховка.

— **Линейка без формул.** «Умная» линейка со справочными надписями фейс-контроль не пройдёт.

— **Справочные материалы.** Их выдадут прямо с работой. Формулы прогрессий будут ждать вас на столе, как меню в кафе, — учить их в панике накануне не обязательно.

— **Вода и шоколадка.** Обычно можно, но правила своего пункта уточните заранее.

— **Калькулятор остаётся дома и грустит.** Он не приглашён. Прятать его в носок — плохой план: удаление с экзамена стоит дороже, чем умение делить в столбик.

— **Знания.** Единственный предмет, который не выдают на входе. Зато его выдают заранее — в школе, в этой книге и в тренажёрах.

Математический ликбез: закрыть пробелы до ОГЭ

Иногда задача не решается не потому, что она сложная, а потому, что внутри неё внезапно обнаружились 4,8 : 0,6, общий знаменатель или квадратные сантиметры. ОГЭ умеет прятать старые пробелы в новых сюжетах. Поэтому перед экзаменационными номерами у книги есть нулевой маршрут — математический ликбез. На сайте он собран в разделе «ПредОГЭ — восстановить основы».

В разделе собраны тренажёры и карты основных тем. Проходить всё подряд не нужно. Общая карта помогает выбрать маршрут, а подробная линия умножения и деления разбирает трудность буквально по атомам.

Общая карта математического ликбеза. mathexam.space/b/oge26-2/14/

Маршрут без героизма: выберите слабую тему → откройте разбор → решите несколько задач самостоятельно → пройдите мини-проверку → вернитесь к нужному номеру ОГЭ. Ликбез — не штрафной круг, а ремонтная мастерская.

1. Арифметика и десятичные числа

Здесь чинятся ошибки, которые обычно называют «невнимательностью», хотя у них вполне конкретные причины: перепутанный порядок действий, потерянная запятая или неверно подписанные разряды.

— Порядок действий — скобки, умножение и деление, сложение и вычитание.

— Сложение и вычитание десятичных дробей — запятые друг под другом и разряды на своих местах.

2. Умножение и деление — по атомам

Это самая подробная линия курса. Её не надо проходить от первой страницы до последней: основной маршрут нужен для системной работы, а точечные тренажёры — когда ломается один конкретный шаг.

Карта раздела. mathexam.space/b/oge26-2/19/

Основной шаг	Открыть тренажёр
1. Понять смысл умножения	Смысл умножения
2. Выбрать способ для таблицы	лестница; приёмы; таблица Пифагора
3. Закрепить таблицу	Смешанная таблица и неизвестный множитель
4. Перейти к делению	Табличное деление
5. Умножать письменно	на однозначное число; на двузначное число
6. Понять остаток	Деление с остатком
7. Освоить уголок	От простого к десятичным дробям
8. Проверить весь блок	Итоговая проверка

Если ошибка повторяется в одном месте, не нужно заново проходить весь раздел. Откройте только нужный микротренажёр:

Где ломается решение	Точечная помощь
Не получается выбрать цифру частного	Подбор цифры частного
Нужен самый простой уголок	Однозначный делитель
Путается запись остатка	Уголок с остатком
Пропускается ноль в ответе	Ноль в частном
Пугает двузначный делитель	Двузначный делитель
Делимое — десятичная дробь	Десятичная дробь ÷ натуральное
Нужно продолжить деление	Дописывание нулей
Делитель — десятичная дробь	Сдвиг запятой

Быстрый повтор без длинного маршрута: «Умножение и деление: одна семья действий». Прикидка цифры частного разобрана в разделе про округление.

3. Обыкновенные дроби

Дроби понадобятся не только в задании 6. Они тихо заходят в уравнения, формулы, вероятность и задачи второй части — обычно без стука.

— Смысл дроби, равные дроби и сокращение.

— Общий знаменатель и действия с дробями.

4. Отрицательные числа

Здесь важно не считать минусы по количеству, а смотреть на действие между ними. Отдельно тренируем расположение чисел и отдельно — сложение и вычитание.

— Числовая прямая, сравнение, противоположные числа и модуль.

— Сложение и вычитание отрицательных чисел.

5. Округление и единицы измерения

Эти навыки особенно часто забирают баллы в практических задачах 1–5: ученик всё понял, всё посчитал — и перевёл квадратные метры как обычные. Обиднее только правильный ответ, записанный не в ту клетку.

— Округление и целые упаковки.

— Единицы длины и времени.

— Квадратные единицы.

Округление для деления

Найдите ближайшее кратное 10 или 100. Если расстояния равны, выбирайте большее. Например, 245 до десятков даёт 250, до сотен — 200. Число 250 до сотен даёт 300. Каждый раз округляйте исходное число.

Подбираем одну цифру. При делении уголком округлите текущее неполное делимое и делитель до удобных десятков или сотен. Возьмите из прикидки пробную цифру от 0 до 9. Если делитель при округлении стал нулём, оставьте его точным. Проверьте по исходным числам. Произведение на пробную цифру должно помещаться. Если увеличить пробную цифру на единицу, произведение должно стать больше неполного делимого.

Пример 3864 : 52. Начинаем с 386, потому что 38 меньше 52. После округления получаем 400 : 50 = 8. Проверяем по исходным числам. Произведение 52 · 8 = 416 больше 386. Произведение 52 · 7 = 364 помещается. Пишем 7, вычитаем 364 и сносим 4. Теперь делим 224.

Проверь себя. Какую цифру запишешь для 224 при делителе 52? Округли 149 до десятков и сотен. В первой задаче цифра 4, поскольку 208 ≤ 224 < 260. Во второй получатся 150 и 100.

Тренажёры MathExam. Округлять до десятков · Округлять до сотен · Прикинуть цифру частного.

6. Проценты и пропорции

Проценты любят маскироваться. В одной задаче ищут часть, в другой — целое, в третьей — сам процент, а в четвёртой спрашивают, на сколько процентов величина изменилась. Новый маршрут сначала учит понимать вопрос и только потом считать.

Карта модуля. mathexam.space/b/oge26-2/42/

Маршрут	Открыть тренажёр
1. Понять 100%, 1% и долю	Проценты: смысл
2. Различать три основных вопроса	Процент от числа, число по проценту, сколько процентов
3. Сначала выбрать действие	Что спрашивают в задаче
4. Работать с изменением величины	Увеличение и уменьшение
5. Освоить общий способ	Пропорция
6. Смешать все навыки	Итоговая проверка

Дополнительная смешанная практика: старый универсальный тренажёр процентов. Он остаётся полезным, но основной путь теперь начинается с коротких последовательных тренажёров.

После ответа в «100%, 1% и доля». Кнопка «Новый пример» даёт ещё одну задачу на тот же навык. После трёх верных ответов подряд без подсказок раскрой «Выбрать упражнение · мои результаты». Галочка рядом с навыком означает, что можно выбирать следующий.

Как выбрать, с чего начать

Симптом	Куда идти
Путаюсь в длинном числовом выражении	Порядок действий
Неуверенно умножаю или делю	Карта умножения и деления
Не вижу, какое круглое число ближе	Округление до десятков и сотен
Пробная цифра при делении не подходит	Прикидка и точная проверка цифры
Складываю знаменатели или не умею сокращать	Обыкновенные дроби
Теряю знак или путаю числа на прямой	Отрицательные числа
Ошибаюсь при переводе и округлении	Округление и единицы
Не понимаю, что в задаче принято за 100%	Проценты: что спрашивают
Счёт получается, но сюжеты 1–5 не читаются	Диагностика и карта заданий 1–5

Ни одна строка в этой таблице не означает «я не готов к ОГЭ». Она означает только: найден один конкретный навык, которому нужен небольшой ремонт. Это гораздо проще, чем пытаться готовиться сразу ко всему на свете.

Перед стартом: диагностика и карта тренажёров

Перед заданиями 1–5 полезно сначала узнать свой стартовый уровень, а затем выбрать нужный сюжет для тренировки. В электронной книге нажмите на ссылку, в бумажной — наведите камеру телефона на QR-код.

Входная диагностика ОГЭ-2027. Десять коротких заданий по основным сюжетам блока 1–5. После завершения тренажёр покажет результат и подскажет, какие темы стоит повторить. Открыть: mathexam.space/b/oge26-2/05/

Карта тренажёров по заданиям 1–5. На одной странице собраны восемь сюжетных тренажёров. Отдельный последовательный маршрут по процентам находится в математическом ликбезе выше. Открыть: mathexam.space/b/oge26-2/07/

Удобный маршрут: диагностика → нужный сюжет на карте → повторная попытка. Так подготовка превращается в план, а не в археологические раскопки среди вкладок.

Часть первая: алгебра, графики, вероятность

Каждое задание первой части стоит один балл. Ниже — досье на каждый номер или блок заданий: что от вас хотят, где спрятан подвох и как выйти победителем.

Задания 1–5. Не пять случайных задач, а один сериал

Что хотят. Дать один жизненный сюжет — карту, план, график или таблицу — и задать по нему пять связанных вопросов. В первом вопросе обычно надо прочитать схему, дальше — считать расстояния, площади, проценты или полную стоимость.
Классическая ловушка. Решить не тот вопрос. Спросили «на сколько процентов» — посчитали «во сколько раз». Спросили упаковки — забыли округлить вверх. Увидели красивую цену — не добавили доставку и установку.
Вредный совет. «Читай историю по диагонали. Настоящий математик чувствует ответ кожей, особенно когда таблица занимает полстраницы».
А теперь серьёзно. Сначала составьте маленькую карту данных: что обозначено на рисунке, какой масштаб, какие величины даны, где база процента. Затем решайте вопросы по порядку: предыдущий ответ часто становится готовой деталью следующего.

Карта темы

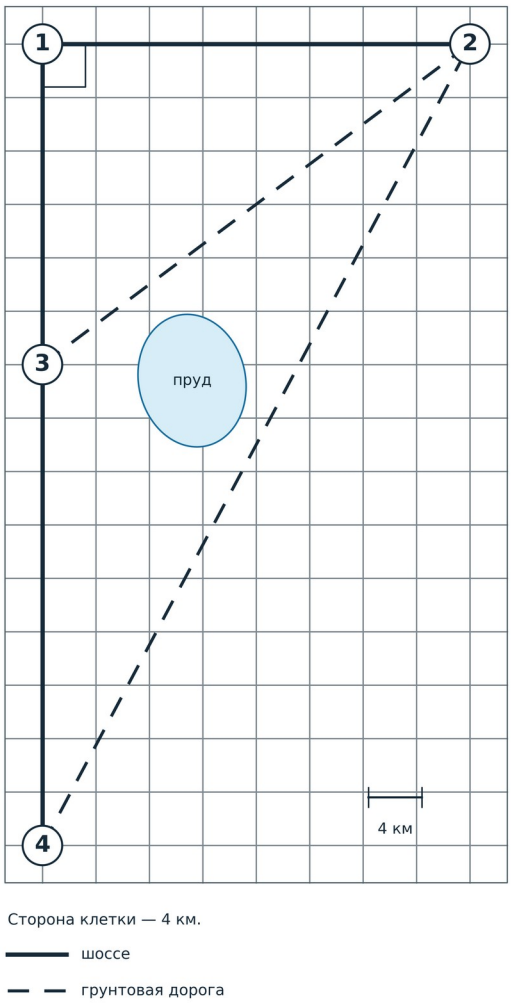
№	Сюжет	Что тренируем
1	Дороги по клеткам	масштаб, Пифагор, время, таблица цен
2	Дороги без клеток	схема маршрутов, три Пифагоровы тройки, бензин
3	Шины	маркировка, миллиметры и дюймы, полный диаметр
4	Печки	цены и массы, площадь и объём, радиус арки
5	Участки	план, плитка, площадь, периметр, расстояние
6	Квартиры	помещения, материалы, площади, подбор техники
7	Тарифы	две оси графика, перерасход, округление пакетов
8	Листы	форматы A0–A6, степени двойки, подобие, масса

Как работать с сюжетами. Сначала прочитайте общее условие и подпишите объекты на схеме. Не решайте пять вопросов как пять независимых задач: обозначения и результаты первых пунктов часто понадобятся дальше. Рубрику «Проверь себя» здесь заменяют сами сюжеты — по пять вопросов с полными решениями; ключи для сверки собраны в главе «Ответы», а новые варианты генерирует тренажёр.

За кадром осталось ещё много вариантов. В книге показан базовый маршрут по каждому сюжету; в тренажёрах меняются числа, рисунки и вопросы, поэтому отрабатывается способ рассуждения, а не один готовый ответ.

Сюжет 1. Дороги по клеткам

Что хотят. Работать с одной картой: определить населённые пункты, посчитать путь по шоссе и по прямой, время и стоимость покупки.
Классическая ловушка. Сосчитать клетки и забыть умножить результат на масштаб.
Вредный совет. «Диагональную дорогу измерьте линейкой на рисунке. Принтер ведь наверняка печатает строго в масштабе».



План сельской местности в типовой форме ОГЭ: шоссе, грунтовые дороги, пруд и масштаб 4 км.

Условие. Володя гостит у дедушки в деревне Ёлочки. В село Кленовое можно ехать по прямой грунтовой дороге, по шоссе через Сосенки и Жуки или свернуть в Сосенках на грунтовую дорогу мимо пруда. По шоссе едут со скоростью 72 км/ч, по грунтовой дороге — 48 км/ч. Сторона каждой клетки равна 4 км.

Вопрос 1. Определите, какими цифрами обозначены село Кленовое, деревня Ёлочки и деревня Сосенки. Запишите три цифры подряд.

Решение. Из условия следует: по шоссе едут из Ёлочек через Сосенки к Жукам, а в Жуках поворачивают под прямым углом на шоссе к Кленовому. Поэтому пункт 1 в вершине прямого угла — Жуки. На одной вертикали снизу вверх расположены Ёлочки, Сосенки и Жуки: 4, 3, 1. Оставшийся пункт 2 — Кленовое.

Ответ: **243**

Вопрос 2. Сколько километров от Сосенок до Кленового по шоссе через Жуки?

Решение. По вертикали 6 клеток, по горизонтали 8: всего 14 клеток. $14 \cdot 4 = 56$ км.

Ответ: **56**

Вопрос 3. Найдите расстояние от Ёлочек до Кленового по прямой грунтовой дороге.

Решение. Катеты равны 15 и 8 клеткам. Гипотенуза: $\sqrt{(15^2 + 8^2)} = 17$ клеток. $17 \cdot 4 = 68$ км.

Ответ: **68**

Вопрос 4. Сколько минут займёт путь: сначала по шоссе от Ёлочек до Сосенок, затем по грунтовой дороге до Кленового?

Решение. Ёлочки–Сосенки: 9 клеток = 36 км. Время: $36/72 \cdot 60 = 30$ мин.

Сосенки–Кленовое: треугольник 6–8–10, значит 10 клеток = 40 км. Время: $40/48 \cdot 60 = 50$ мин.

Всего $30 + 50 = 80$ мин.

Ответ: **80**

Вопрос 5. Володя с дедушкой покупают 2 батона хлеба, 1 кг сыра и 2 кг говядины. В каком магазине набор дешевле всего? В ответ запишите стоимость.

Магазин	Хлеб, ₽	Сыр, ₽/кг	Говядина, ₽/кг
Ёлочки	24	340	460
Кленовое	25	320	470
Сосенки	23	330	450
Жуки	27	310	460

Решение. Ёлочки: $2 \cdot 24 + 340 + 2 \cdot 460 = 1308$ ₽.

Кленовое: $2 \cdot 25 + 320 + 2 \cdot 470 = 1310$ ₽. Сосенки: $2 \cdot 23 + 330 + 2 \cdot 450 = 1276$ ₽. Жуки: $2 \cdot 27 + 310 + 2 \cdot 460 = 1284$ ₽. Минимум — в Сосенках.

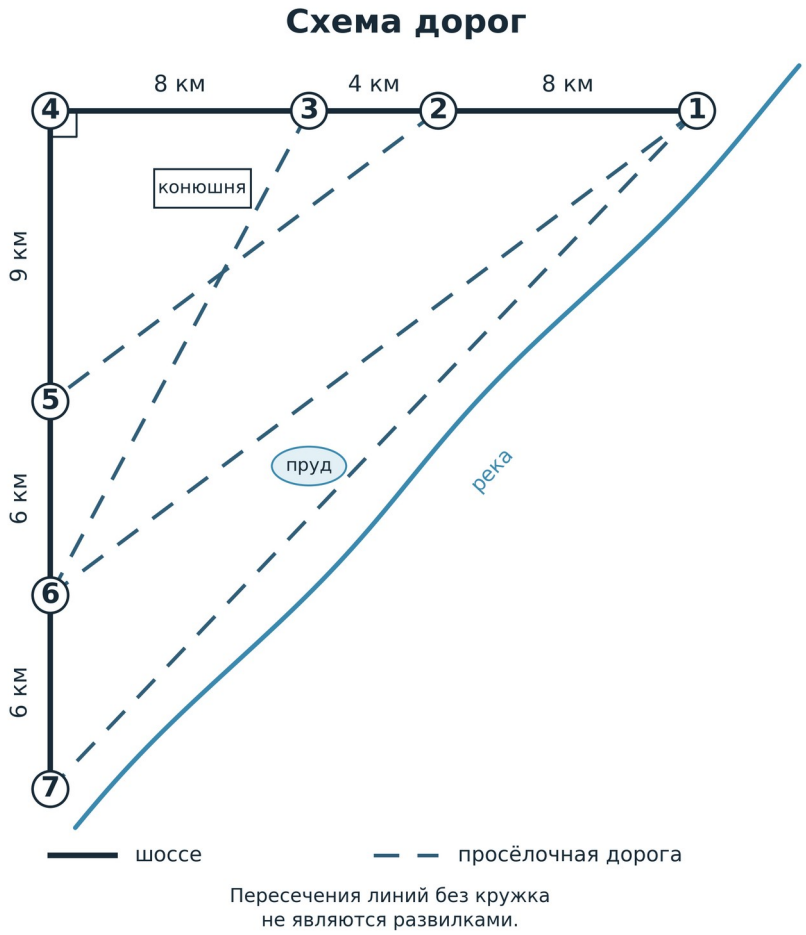
Ответ: **1276**

Тренажёр: Дороги по клеткам
https://mathexam.space/b/oge26-2/09/

Сюжет 2. Дороги без клеток

Что хотят. Прочитать схему деревень без клетчатой сетки. Длины по шоссе даны в тексте, а прямые просёлочные дороги приходится находить по теореме Пифагора.
Классическая ловушка. Подставлять в Пифагора случайные отрезки, которые не являются катетами одного прямоугольного треугольника.
Вредный совет. «У схемы нет клеток — значит, длину можно оценить на глаз. Пруд примерно три сантиметра, дорога — семь».

Почему схема удобна для тренировки. В ней одновременно работают Пифагоровы тройки 9–12–15, 8–15–17 и 15–20–25. Поэтому прямые маршруты вычисляются точно, без приближённого подбора.



Условие. Таня гостит у дедушки в Антоновке (пункт 1). Дедушка везёт её в Богдановo. Можно ехать по просёлочной дороге вдоль реки; по шоссе через Ванютино; через Горюново мимо пруда; через Доломино и Горюново мимо конюшни; либо через Егорку и Жилино. По шоссе скорость 50 км/ч, по просёлочным дорогам — 30 км/ч. Дано: Антоновка–Доломино 12 км, Доломино–Егорка 4 км, Егорка–Ванютино 12 км, Ванютино–Горюново 15 км, Ванютино–Жилино 9 км, Жилино–Богдановo 12 км.

Вопрос 1. Какими цифрами обозначены Ванютино, Горюново, Егорка и Жилино? Запишите четыре цифры подряд.

Решение. Антоновка — 1. Богдановo соединено с ней просёлочной дорогой вдоль реки — это 7. В вершине прямого угла шоссе находится Ванютино — 4. Дорога мимо пруда ведёт к Горюново — 6. Просёлочная мимо конюшни соединяет Доломино с Горюново: по расстояниям Антоновка–Доломино = 8 + 4 = 12 км, значит, Доломино — 3. Тогда Егорка — 2, а Жилино, соединённое с Егоркой последней просёлочной дорогой, — 5.

Ответ: **4625**

Вопрос 2. Найдите расстояние от Ванютино до Богдановo по шоссе.

Решение. Шоссе из Ванютино в Богдановo идёт через Жилино: Ванютино–Жилино 9 км и Жилино–Богдановo 12 км.

Итого 9 + 12 = 21 км.

Ответ: **21**

Вопрос 3. Найдите расстояние от Егорки до Жилино по прямой.

Решение. Егорка–Ванютино = 12 км, Ванютино–Жилино = 9 км. Это катеты: $\sqrt{(12^2 + 9^2)} = \sqrt{225} = 15$ км.

Ответ: **15**

Вопрос 4. Сколько минут займёт маршрут Антоновка → Доломино → Горюново → Богданово?

Решение. Доломино–Ванютино = 12 − 4 = 8 км, Ванютино–Горюново = 15 км — это катеты. Просёлочная Доломино–Горюново: $\sqrt{(8^2 + 15^2)} = 17$ км.

Горюново стоит на шоссе между Жилино и Богданово: Жилино–Горюново = 15 − 9 = 6 км, значит, Горюново–Богданово = 12 − 6 = 6 км.

Шоссейная часть — Антоновка–Доломино и Горюново–Богданово: 12 + 6 = 18 км, время 18/50 · 60 = 21,6 мин. Просёлочная дорога: 17/30 · 60 = 34 мин.

Всего 21,6 + 34 = 55,6 мин.

Ответ: **55,6**

Вопрос 5. На шоссе автомобиль расходует 6,5 л на 100 км. Маршрут Антоновка–Горюново по шоссе и прямой маршрут по просёлочной дороге требуют одинакового объёма бензина. Каков расход на просёлочной дороге?

Решение. По шоссе Антоновка–Ванютино = 12 + 8 = 20 км (Антоновка–Доломино и Доломино–Ванютино из вопроса 4), дальше Ванютино–Горюново = 15 км: всего 35 км. Прямая Антоновка–Горюново — гипотенуза с катетами 20 и 15: $\sqrt{(20^2 + 15^2)} = 25$ км.

Если x — расход на 100 км по просёлочной дороге, то 35·6,5/100 = 25·x/100. x = 6,5·35/25 = 9,1.

Ответ: **9,1**

Тренажёр: Дороги без клеток · Антоновка → Богданово
https://mathexam.space/b/oge26-2/10/

Сюжет 3. Шины

Что хотят. Расшифровать маркировку шины, перевести дюймы в миллиметры и собрать полный диаметр колеса.
Классическая ловушка. Принять число 65 за миллиметры и забыть, что боковин у колеса две.
Вредный совет. «R15 — это радиус 15 сантиметров. Буква R ведь специально предупреждает».

195/65 R15

195 — ширина профиля B, мм.

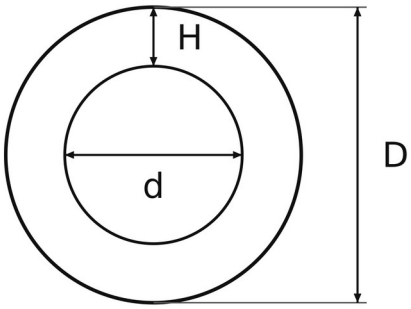
65 — высота боковины H составляет 65% ширины B.

R — радиальная конструкция.

15 — посадочный диаметр d в дюймах.

1 дюйм = 25,4 мм

Вид сбоку



D = d + 2H

Обозначения и формулы. B — ширина профиля в миллиметрах; p — высота боковины в процентах от B; число после R — диаметр диска в дюймах. Буква R означает радиальную конструкцию шины, а не радиус. Тогда H = B·p/100; d = число дюймов·25,4; D = d + 2H.

Условие. Завод устанавливает шины 195/65 R15. Рассматриваются три варианта замены, приведённые в таблице.

№	Маркировка	H, мм	d, мм	D, мм
завод	195/65 R15	126,75	381	634,5
1	205/60 R15	123	381	627
2	195/60 R16	117	406,4	640,4
3	215/55 R16	118,25	406,4	642,9

Вопрос 1. Какова ширина заводской шины в миллиметрах?

Решение. Первое число маркировки — ширина шины B.

Ответ: **195**

Вопрос 2. Найдите высоту боковины заводской шины.

Решение. H = 195 · 65/100 = 126,75 мм.

Ответ: **126,75**

Вопрос 3. Найдите диаметр диска заводского колеса в миллиметрах.

Решение. 15 · 25,4 = 381 мм.

Ответ: **381**

Вопрос 4. Найдите полный диаметр заводского колеса.

Решение. D = 381 + 2·126,75 = 634,5 мм.

Ответ: **634,5**

Вопрос 5. Разрешена замена, если полный диаметр отличается от заводского не более чем на 1%. Какой вариант подходит?

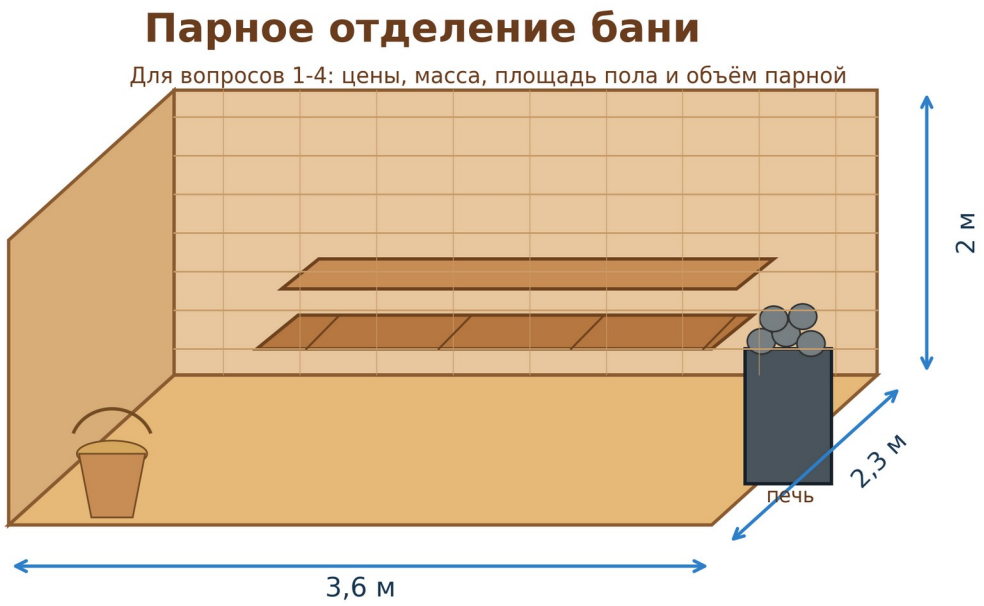
Решение. Вариант 1 отличается примерно на 1,18% — не подходит. Вариант 2: 5,9/634,5·100% ≈ 0,93% — подходит. Вариант 3: примерно 1,32% — не подходит.

Ответ: **2**

Тренажёр: Шины · таблица и рисунок колеса
https://mathexam.space/b/oge26-2/13/

Сюжет 4. Печки

Что хотят. Работать с описанием парной и таблицей печей: сопоставлять цены и массы, считать площадь и объём, а затем использовать чертёж кожуха печи.
Классическая ловушка. Перепутать номера печей в таблице, площадь с объёмом или принять ширину кожуха за радиус арки.
Вредный совет. «Ширина кожуха 56 см — значит, радиус тоже 56. Зачем вообще нужен чертёж?»



Условие. Парное отделение имеет размеры 3,6 × 2,3 × 2 м. Характеристики трёх печей приведены в таблице. Для последнего вопроса используется чертёж передней панели печи: ширина кожуха 56 см, высота от основания до начала арки 96 см.

№	Тип	Объём, м³	Масса, кг	Цена, ₽
1	дровяная	8–15,5	42	18 400
2	дровяная	12–18	50	20 700
3	электрическая	14–20	19	15 900

Вопрос 1. Установите соответствие между ценами 15 900; 18 400; 20 700 и номерами печей.

Решение. По таблице: 15 900 — печь 3; 18 400 — печь 1; 20 700 — печь 2.

Ответ: **312**

Вопрос 2. Установите соответствие между массами 50; 19; 42 кг и номерами печей.

Решение. 50 кг — печь 2; 19 кг — печь 3; 42 кг — печь 1.

Ответ: **231**

Вопрос 3. Найдите площадь пола парного отделения.

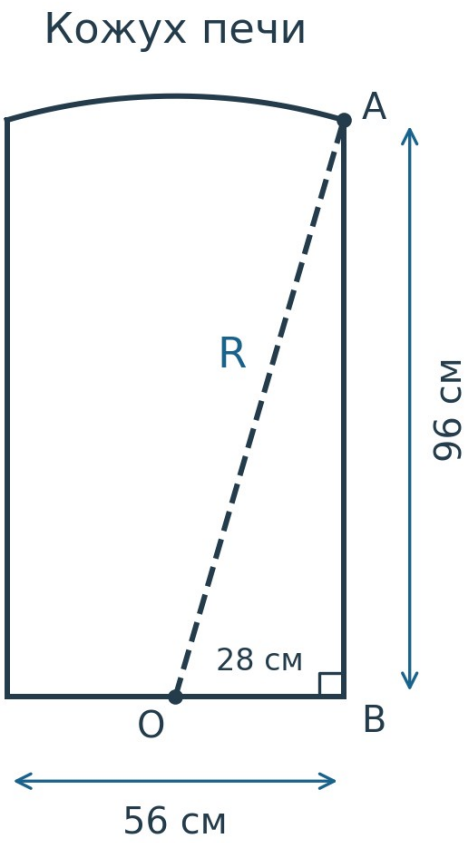
Решение. $S = 3{,}6 \cdot 2{,}3 = 8{,}28$ м².

Ответ: **8,28**

Вопрос 4. Найдите объём парного отделения.

Решение. $V = 3{,}6 \cdot 2{,}3 \cdot 2 = 16{,}56$ м³.

Ответ: **16,56**



Вопрос 5. Центр окружности арки находится в середине нижней стороны кожуха. Найдите радиус закругления арки.

Решение. Половина ширины кожуха равна 28 см. Получаем прямоугольный треугольник с катетами 28 и 96 см.

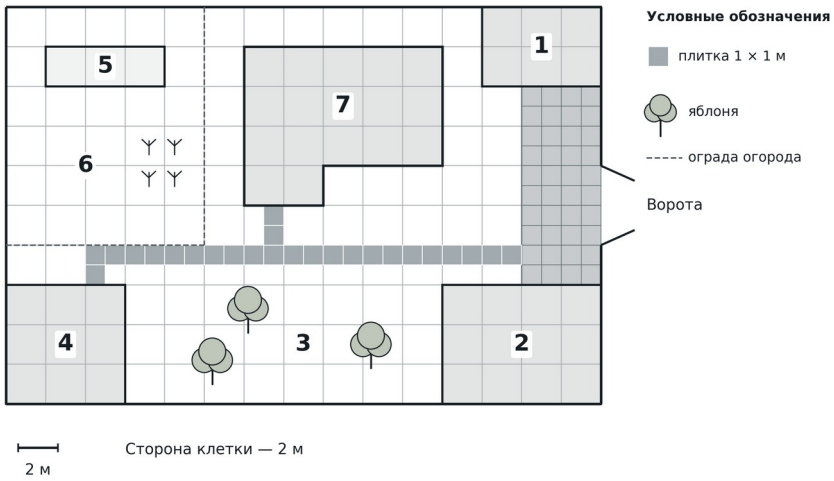
$R = \sqrt{(28^2 + 96^2)} = \sqrt{(784 + 9216)} = \sqrt{10000} = 100$ см.

Ответ: **100**

Тренажёр: Печь для бани https://mathexam.space/b/oge26-2/11/	

Сюжет 5. Участки

Что хотят. Прочитать настоящий план дачного участка: найти дом, баню, гараж и теплицу, а затем считать плитки, площадь, периметр и расстояния.
Классическая ловушка. Сторона клетки 2 м, но площадь клетки равна 4 м². А дорожки считаются по плиткам, а не по площади всего участка.
Вредный совет. «На плане всё прямоугольное — значит, периметр любого здания равен удвоенной площади».



Условие. На плане изображён дачный участок. Сторона клетки равна 2 м. При входе слева от ворот находится гараж, справа — сарай. Чуть дальше расположен жилой дом. Напротив дома находятся яблони. К бане ведёт дорожка из плиток, а внутри огорода находится теплица. Все узкие дорожки имеют ширину 1 м и вымощены плиткой 1 × 1 м. Широкая мощёная площадка у ворот в число дорожек в вопросе 2 не входит.

Вопрос 1. Какими цифрами обозначены жилой дом, баня, гараж и теплица?

Решение. Гараж слева от ворот — 2, сарай справа — 1. К бане ведёт дорожка — 4. Напротив яблонь расположен дом — 7. Внутри огорода 6 находится теплица 5.

Ответ: **7425**

Вопрос 2. Все дорожки содержат 25 плиток. Плитки продаются упаковками по 6 штук. Сколько упаковок нужно купить?

Решение. 25/6 = 4 целых и остаток. Купить часть упаковки нельзя, поэтому нужно 5 упаковок.

Ответ: **5**

Вопрос 3. Найдите площадь бани.

Решение. Баня занимает 3 × 3 = 9 клеток. Площадь одной клетки 2·2 = 4 м². 9·4 = 36 м².

Ответ: **36**

Вопрос 4. Найдите периметр фундамента жилого дома.

Решение. По контуру Г-образного дома: 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 5 = 18 клеточных отрезков. Каждый равен 2 м. 18·2 = 36 м.

Ответ: **36**

Вопрос 5. Найдите расстояние между ближайшими точками жилого дома и гаража.

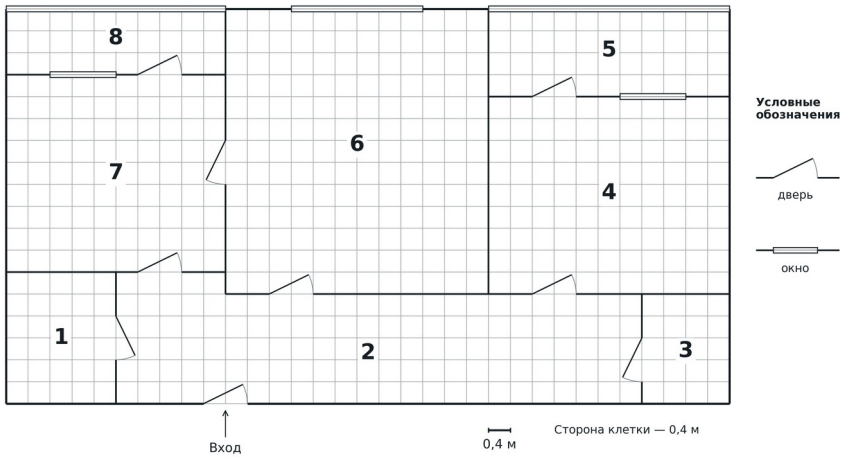
Решение. На плане между домом 7 и гаражом 2 — три клетки. 3·2 = 6 м.

Ответ: **6**

Тренажёр: Участок · план, дорожки и плитки
https://mathexam.space/b/oge26-2/06/

Сюжет 6. Квартиры

Что хотят. Работать с настоящим планом квартиры: определить помещения по дверям и окнам, посчитать материал для пола, площади комнат и выбрать технику.
Классическая ловушка. Считать площадь «на глаз» или округлить количество упаковок вниз.
Вредный совет. «Лоджия маленькая, можно не считать. Магазин всё равно продаст половину упаковки».



Условие. На рисунке дан план двухкомнатной квартиры. Сторона клетки соответствует 0,4 м. Вход находится в коридоре. Слева от входа расположен санузел, в противоположном конце коридора — кладовая. Рядом с кладовой спальня с выходом на лоджию. Самое большое помещение — гостиная; из кухни можно пройти на вторую лоджию.

Вопрос 1. Какими цифрами обозначены коридор, санузел, спальня и гостиная?

Решение. Коридор — помещение 2, санузел — 1, спальня — 4, самое большое помещение (гостиная) — 6.

Ответ: **2146**

Вопрос 2. Паркетная доска 20 × 40 см продаётся упаковками по 10 штук. Сколько упаковок нужно для пола коридора?

Решение. Коридор занимает 125 клеток. Площадь клетки $0{,}4^2 = 0{,}16$ м², значит площадь коридора 20 м².

Одна доска имеет площадь $0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ м². Нужно 20/0,08 = 250 досок, то есть 25 упаковок.

Ответ: **25**

Вопрос 3. Плитка 40 × 40 см продаётся упаковками по 10 штук. Сколько упаковок понадобится для обеих лоджий?

Решение. Лоджии занимают 30 + 44 = 74 клетки. Одна плитка 40 × 40 см точно соответствует одной клетке плана.

74/10 = 7,4, поэтому нужно 8 упаковок.

Ответ: **8**

Вопрос 4. Найдите площадь гостиной, если она занимает 156 клеток.

Решение. $156 \cdot 0{,}16 = 24{,}96$ м².

Ответ: **24,96**

Вопрос 5. Нужна стиральная машина с фронтальной загрузкой и глубиной не более 45 см. Найдите минимальную полную стоимость с доставкой и подключением.

Модель	Загрузка	Глубина	Цена, ₽	Доставка, ₽	Подкл., ₽
А	фронт.	44	23 900	900	1 600
Б	верхняя	42	22 500	0	1 800
В	фронт.	46	21 800	1 000	1 700
Г	фронт.	42	24 800	0	1 200
Д	фронт.	40	23 100	1 500	2 200

Решение. Подходят А, Г и Д.

А: 23 900 + 900 + 1600 = 26 400 ₽. Г: 24 800 + 1200 = 26 000 ₽. Д: 23 100 + 1500 + 2200 = 26 800 ₽.

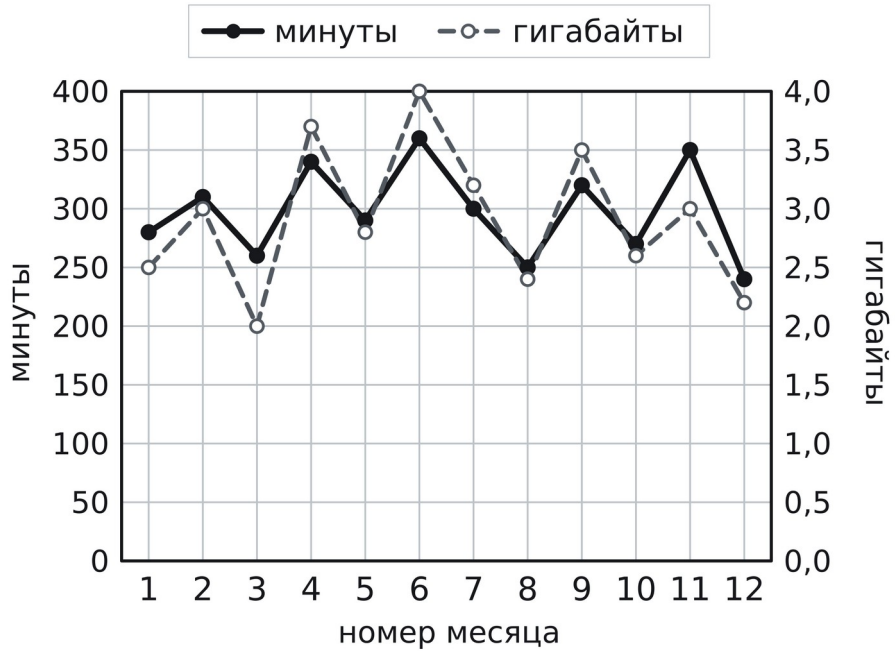
Минимальная полная стоимость у модели Г.

Ответ: **26 000**

Тренажёр: Квартиры · настоящий план ОГЭ
https://mathexam.space/b/oge26-2/04/

Сюжет 7. Тарифы

Что хотят. Читать два графика на одних месяцах, различать левую и правую оси, считать перерасход и сравнивать тарифы.
Классическая ловушка. Считать 0,7 ГБ как одну порцию по 0,5 ГБ. Оператор округляет неполную порцию вверх — сюрприз исключительно односторонний.
Вредный совет. «У линий разные цвета, значит, и месяцы у них разные. А оси подписывают только для красоты».



Условие. Тариф «Стандартный» стоит 350 ₽ в месяц и включает 300 минут и 3 ГБ. Сверх пакета: 3 ₽ за минуту и 90 ₽ за каждые начатые 0,5 ГБ. Входящие бесплатны.

Вопрос 1. В какие месяцы расход интернета составил 2,0; 3,7; 4,0; 3,5 ГБ? Запишите номера месяцев подряд.

Решение. По пунктирной линии и правой оси: 2,0 ГБ — месяц 3; 3,7 — 4; 4,0 — 6; 3,5 — 9.

Ответ: **3469**

Вопрос 2. Сколько месяцев расход минут не превышал 300?

Решение. Это месяцы 1, 3, 5, 7, 8, 10 и 12 — всего 7.

Ответ: **7**

Вопрос 3. Сколько рублей абонент заплатил в апреле?

Решение. Апрель: 340 минут и 3,7 ГБ. Доплата за минуты: (340 − 300)·3 = 120 ₽.

Интернет сверх пакета 0,7 ГБ — это две начатые порции по 0,5 ГБ: 2·90 = 180 ₽.

Итого 350 + 120 + 180 = 650 ₽.

Ответ: **650**

Вопрос 4. Сколько месяцев не было доплаты за интернет?

Решение. Не более 3 ГБ израсходовано в месяцах 1, 2, 3, 5, 8, 10, 11, 12 — всего 8.

Ответ: **8**

Вопрос 5. Тариф «Комфорт» стоит 500 ₽ и включает 400 минут и 4 ГБ. На сколько рублей он был бы дешевле «Стандартного» в апреле?

Решение. Апрель укладывается в пакеты «Комфорта», поэтому цена 500 ₽. «Стандартный» стоил 650 ₽. Разница 650 − 500 = 150 ₽.

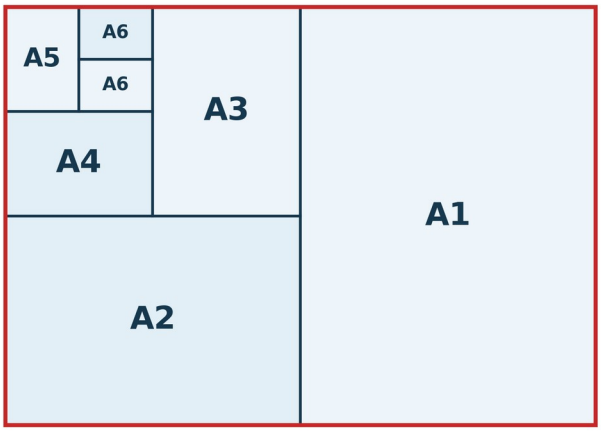
Ответ: **150**

Тренажёр: Тарифы
https://mathexam.space/b/oge26-2/12/

Сюжет 8. Листы

Что хотят. Понять идеальную модель форматов бумаги: каждый следующий формат вдвое меньше по площади, а все прямоугольники подобны. Отсюда находятся количество листов, площадь, отношение сторон и масса пачки. Реальные размеры в миллиметрах округлены, поэтому их произведение немного отличается от идеальной площади.
Классическая ловушка. Думать, что А5 больше А4, потому что пятёрка больше четвёрки. У форматов бумаги нумерация работает наоборот: чем больше номер, тем меньше лист.
Вредный совет. «Чтобы получить А5 из А2, надо разрезать три раза — значит, получится три листа. Очень логично, пока не включить степень двойки».

Форматы бумаги серии A



Номинальные размеры, мм

A0	1189 × 841
A1	841 × 594
A2	594 × 420
A3	420 × 297
A4	297 × 210
A5	210 × 148
A6	148 × 105

Внешний прямоугольник — A0.
Каждый следующий формат вдвое меньше по площади.

Идеальная модель: $S(A_0) = 1$ м², $S(A_n) = 1 / 2^n$ м².
Размеры в таблице округлены до целых миллиметров;
поэтому их произведение немного отличается от идеальной площади.

Главное о площадях. В идеальной модели площадь A0 равна 1 м². Каждый следующий формат вдвое меньше по площади, поэтому площади образуют геометрическую прогрессию со знаменателем 1/2: $S(A_n) = 1/2^n$ м². Из одного листа A_m получается 2^{n-m} листов A_n при $n \geq m$.

Номер листа	Длина, мм	Ширина, мм
1	210	148
2	841	594
3	297	210
4	420	297

Вопрос 1. Установите соответствие между форматами A1, A3, A4, A5 и номерами листов.

Решение. A1 — самый большой: 841 × 594, номер 2. A3 — 420 × 297, номер 4. A4 — 297 × 210, номер 3. A5 — 210 × 148, номер 1.

Ответ: **2431**

Вопрос 2. Сколько листов A5 получится из одного листа A2?

Решение. От A2 до A5 — три деления пополам, поэтому получается $2^3 = 8$ листов.

Ответ: **8**

Вопрос 3. Найдите идеальную площадь листа A3 в квадратных сантиметрах.

Решение. A0 имеет 10 000 см². A3 в $2^3 = 8$ раз меньше: 10 000/8 = 1250 см².

Ответ: **1250**

Вопрос 4. Найдите отношение длинной стороны A3 к короткой и округлите до сотых.

Решение. 420/297 ≈ 1,414. До сотых: 1,41.

Ответ: **1,41**

Вопрос 5. Бумага имеет плотность 80 г/м². Какова масса пачки из 500 листов A4? Используйте идеальную площадь листа A4, равную 1/16 м². Ответ дайте в килограммах.

Решение. Площадь A4 равна 1/16 м². Один лист весит 80/16 = 5 г.

500·5 = 2500 г = 2,5 кг.

Ответ: **2,5**

Тренажёр: Форматы A0–A6
https://mathexam.space/b/oge26-2/08/

Перед тем как сдавать ответ

☐ Я прочитал именно вопрос, а не только сюжет.
☐ Я умножил число клеток на масштаб; для площади масштаб возвёл в квадрат.
☐ В теореме Пифагора мои числа — катеты одного прямоугольного треугольника.
☐ Для времени перевёл часы в минуты: t = S/v · 60.
☐ Для упаковок и платных порций округлил вверх.
☐ В процентах разделил разность на правильную базу.
☐ При выборе товара сначала отфильтровал подходящие варианты, затем сравнил полную цену.
☐ В шинах учёл две боковины и перевод 1 дюйм = 25,4 мм.

Здравый смысл — тоже проверка. Пешеход не движется со скоростью 90 км/ч, упаковок не бывает 7,4, полный диаметр колеса не может быть меньше диаметра диска, а площадь и объём нельзя записывать в одинаковых единицах.

Задание 6. Дроби наносят ответный удар

Что хотят. Аккуратно вычислить выражение с обыкновенными или десятичными дробями. Без калькулятора. Да, он всё ещё дома и грустит.

Классическая ловушка. Мечта лентяя: сложить ½ и ⅓ как ⅖ — числитель с числителем, знаменатель со знаменателем. Красиво, быстро и, увы, неправильно.

Вредный совет. «Общий знаменатель — для слабаков. Перемножай всё подряд и надейся на лучшее».

А теперь серьёзно. Удобнее всего брать общий знаменатель, равный НОК исходных знаменателей, — это их самое маленькое место встречи. В десятичных дробях главный герой — запятая: следите за ней, как за котом возле сметаны.

Карта темы

Границы разбора. *Ниже показаны несколько базовых прототипов. Тема дробей шире: дополнительные случаи и повторение собраны в тренажёре, а полная теория — в школьном курсе математики.*

В тренажёре собраны обыкновенные и десятичные дроби, комбинированные выражения и смешанная практика. Всё держится на двух опорах.

Опора первая: три случая НОК, проверяются строго по порядку.

— Большее делится на меньшее → НОК и есть большее: для 4 и 12 это 12. Самый частый случай — и самый недооценённый.

— Числа взаимно простые (нет общих делителей, кроме 1) → НОК равен произведению: для 5 и 9 это 45.

— Всё остальное → перебираем кратные большего, пока не разделится: для 6 и 8 идём 8, 16, 24 — стоп, 24 делится на 6.

Опора вторая: два метода — на выбор.

— «Школьный»: аккуратный общий знаменатель через НОК. Числа маленькие, сокращать в конце почти нечего.

— «Метод отчаянного девятиклассника»: перемножить знаменатели напрямую. Работает всегда и не требует раздумий, но числа быстро разрастаются, и в конце придётся сокращать. Это честная сделка: платишь арифметикой за отсутствие раздумий. Тренажёр показывает оба пути — выбирайте по характеру.

Десятичные дроби: при сложении — запятая под запятой; при умножении — сосчитать знаки после запятой у обоих множителей и отмерить столько же в ответе.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — обыкновенные дроби. Найдите значение выражения (1/7 + 1/14) : 3/28.

Шаг 1. Общий знаменатель для 7 и 14 — это НОК(7, 14) = 14: большее число делится на меньшее, значит, оно и есть место встречи.

Шаг 2. Приводим: 1/7 = 2/14. Складываем: 2/14 + 1/14 = 3/14. Числители сложили, знаменатель — один на двоих, его не трогаем.

Шаг 3. Деление на дробь — умножение на перевёрнутую: 3/14 · 28/3.

Шаг 4. Сокращаем до умножения: тройки уходят, 28/14 = 2.

Ответ: 2.

Прототип 2 — десятичные дроби. Найдите значение выражения 5,4 : 0,9 − 1,2 · 2.

Шаг 1. Деление на десятичную дробь: сдвигаем запятую у обоих чисел на один знак вправо — 5,4 : 0,9 = 54 : 9 = 6. Делить на целое всегда приятнее.

Шаг 2. Умножение: 1,2 · 2 = 2,4.

Шаг 3. Порядок действий: деление и умножение уже выполнены, теперь вычитание: 6 − 2,4 = 3,6.

Ответ: 3,6.

Прототип 3 — смесь обыкновенных и десятичных. Найдите значение выражения (1/2 − 0,3) · 5.

Шаг 1. Языки разные — переводим на один. Здесь удобнее десятичный: 1/2 = 0,5.

Шаг 2. Скобка: 0,5 − 0,3 = 0,2. Шаг 3. Умножение: 0,2 · 5 = 1.

Можно было и наоборот: 0,3 = 3/10, 1/2 = 5/10, разность 2/10 = 1/5, и 1/5 · 5 = 1. Оба пути честные — выбирайте тот, где меньше шансов потерять запятую.

Ответ: 1.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Вычислите: 1/6 + 1/3. Ответ запишите десятичной дробью.

2) Вычислите: 0,3 · 0,2.

3) Определите случай НОК и найдите его: а) 4 и 8; б) 5 и 9; в) 6 и 8.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/67/

Задание 7. Координатная прямая: ты где?

Что хотят. Понять, какое число где живёт на координатной прямой, и сравнить числа между собой.

Классическая ловушка. Отрицательные числа. Кажется, что −7 больше, чем −2: семёрка ведь солиднее. Нет: −7 левее, значит меньше. Долг в семь конфет хуже долга в две.

Вредный совет. «Прикинь на глаз — прямые рисуют для красоты».

А теперь серьёзно. Сомневаетесь — нарисуйте прямую, отметьте ноль, расставьте числа. Чем левее, тем меньше — как номер в очереди за пиццей в столовой.

Экзаменационный формат. В задании 7 в бланк записывают номер выбранного варианта, то есть одну цифру. В учебных упражнениях ниже иногда нужно назвать само число, точку или промежуток — это тренировка сравнения; затем сопоставьте результат с вариантами.

Карта темы

Типы задач, которые крутит тренажёр:

- прочитать точку: какое из чисел отмечено на прямой;
- расставить: каким точкам A, B, C, D соответствуют числа;
- зажать между целыми: между какими соседними целыми живёт дробь или корень;
- оценить корень без калькулятора: зажать между соседними квадратами. Хочешь √56 — вспоминай 49 < 56 < 64, значит, 7 < √56 < 8. В тренажёре встроена таблица квадратов до 20^2, в голове достаточно держать до 15;
- сравнить отрицательные: −7 живёт левее −2, и никакая солидность семёрки этого не изменит.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — сравнение чисел. Какое из чисел наибольшее: 1) √26; 2) 5,4; 3) 26/5? В ответе укажите номер.

Переводим всех на один язык. 26/5 = 5,2 — это просто.

Корень честно сравнивают через квадраты: $5{,}4^2 = 29{,}16$, а $(\sqrt{26})^2 = 26$. Так как $29{,}16 > 26$, то $5{,}4 > \sqrt{26}$.

Для ответа достаточно сравнить оба числа с 5,4. Если хотите расставить все три по порядку, проверьте: $5{,}2^2 = 27{,}04 > 26$, поэтому $\sqrt{26} < 5{,}2 < 5{,}4$.

Ответ: 2.

Прототип 2 — точка для корня. На координатной прямой отмечены четыре точки: A — между 6 и 7, B — между 7 и 8, C — между 8 и 9, D — между 9 и 10. Известно, что одна из них соответствует числу $\sqrt{68}$. Какая это точка?

Зажимаем 68 между соседними полными квадратами: $64 < 68 < 81$.

Извлекаем корни из всех троих: $8 < \sqrt{68} < 9$. Число живёт между 8 и 9 — это адрес точки C.

Ответ: C.

Прототип 3 — между какими целыми. Между какими соседними целыми числами заключено число 127/13?

Прикидываем, сколько раз 13 помещается в 127: $13 \cdot 9 = 117$, а $13 \cdot 10 = 130$.

Получили $117 < 127 < 130$, значит, $9 < 127/13 < 10$.

Ответ: между 9 и 10.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Какое число больше: −5,1 или −5,09?

2) Между какими соседними целыми числами заключено число 47/6?

3) Что больше: 2/3 или 0,7?

Координатная прямая и сравнение чисел: mathexam.space/b/oge26-2/40/

Задание 8. Степени и корни: качалка для чисел

Что хотят. Преобразовать выражение со степенями или корнями и получить число, а не философский вопрос.

Классическая ловушка. Раздать корень всем поровну: решить, что $\sqrt{a^2 + b^2}$ — это то же самое, что $a + b$. Корень из суммы так не работает: он не Дед Мороз и по подарку каждому слагаемому не разносит.

Вредный совет. «Показатели степеней можно складывать, вычитать и умножать в любом настроении — сами разберутся».

А теперь серьёзно. Держите в голове короткий устав: при умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются, при делении — вычитаются, при возведении степени в степень — перемножаются. Три строчки, а спасают целый балл.

Карта темы

В тренажёре собраны разные типы задач на степени и корни, но держится всё на трёх китах.

Кит первый — лесенка степеней. Спускаемся: $2^3 = 8 \to 2^2 = 4 \to 2^1 = 2 \to 2^0 = 1 \to 2^{-1} = 1/2$. Каждая ступенька вниз — деление на два. Для любого ненулевого основания a верно: $a^0 = 1$, а $a^{-n} = 1/a^n$ при натуральном n. Это не заговор математиков, это просто лестница.

Кит второй — устав из пяти правил. Умножение степеней с одним основанием — показатели складываем; деление — вычитаем; степень в степени — перемножаем; степень произведения — раздаём каждому множителю; степень дроби — раздаём числителю и знаменателю.

Кит третий — таблица «вижу → делаю».

- Вижу корень из громоздкого числа → выделяю полный квадрат: $\sqrt{48} = \sqrt{(16 \cdot 3)} = 4\sqrt{3}$.
- Вижу произведение корней → загоняю под один корень: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8$.
- Вижу $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ → разность квадратов: корни испаряются, остаётся $a - b$.
- Вижу степени с одним основанием → работаю с показателями, а не с самими числами. 5^{14} вычислять не нужно никогда.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — степени. Найдите значение выражения $5^9 \cdot 5^5 / 5^{12}$.

Шаг 1. Умножение степеней с одинаковым основанием — показатели складываются: $5^9 \cdot 5^5 = 5^{14}$.

Шаг 2. Деление — показатели вычитаются: $5^{14} / 5^{12} = 5^2$.

Шаг 3. $5^2 = 25$. Заметьте: ни одной пятёрки в четырнадцатой степени мы так и не вычислили — устав степеней экономит жизнь.

Ответ: 25.

Прототип 2 — корни. Найдите значение выражения $\sqrt{48} / \sqrt{3}$.

Частное корней — это корень частного: $\sqrt{48} / \sqrt{3} = \sqrt{(48 / 3)} = \sqrt{16}$.

$\sqrt{16} = 4$. Ни $\sqrt{48}$, ни $\sqrt{3}$ по отдельности считать не пришлось — и не надо было: по одному они иррациональные, а вместе — целое число.

Ответ: 4.

Прототип 3 — формула сокращённого умножения с корнями. Найдите значение выражения $(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$.

Узнаём разность квадратов: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. Здесь $a = \sqrt{7}$, $b = 2$.

$(\sqrt{7})^2 - 2^2 = 7 - 4 = 3$. Корни испарились, как и обещала таблица «вижу → делаю»: скобки такого вида существуют, чтобы уничтожать корни друг друга.

Ответ: 3.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Вычислите: $3^5 \cdot 3^{-3}$.

2) Вычислите: $\sqrt{(6{,}4 \cdot 10)}$.

3) Вычислите: $(2^3)^2 / 2^4$.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/69/

Задание 9. Икс не прячется. Он ждёт

Что хотят. Решить уравнение: линейное, квадратное или дробно-рациональное. Найти икс и записать его в ответ, а не в сердце.

Классическая ловушка. Перенос через знак равенства без смены знака. Правило переезда: пересёк границу «=» — смени знак. Таможня не дремлет. Вторая ловушка живёт в дискриминанте: если коэффициент b отрицателен, при вычислении b^2 подставьте его в скобках. Например, $(-6)^2 = 36$.

Вредный совет. «Проверка подстановкой — трата времени. Первый ответ всегда от души, а душа не ошибается».

А теперь серьёзно. Подставьте найденный корень обратно в уравнение. Двадцать секунд — и вы либо спокойны, либо только что спасли себе балл. Оба исхода выгодные.

Карта темы

Четыре вида уравнений в тренажёре — и свой конвейер для каждого:

- **Линейные.** Чтобы убрать слагаемое, прибавьте к обеим частям противоположное. Затем разделите обе части на ненулевой коэффициент при x. Отдельный подтип — со скобками: сначала раскрыть, каждую скобку по очереди.
- **Пропорции.** Крест-накрест: произведение крайних равно произведению средних. Тренажёр понимает даже запись $(x - 12) \cdot 11 = 12 \cdot (x - 13)$ и разбирает её по шагам.
- **Квадратные.** Выпишите a, b, c и вычислите D. При $D < 0$ действительных корней нет. При $D = 0$ корень один, а при $D > 0$ их два: в формуле берём плюс и минус перед $\sqrt{D}$.
- **Дробно-рациональные.** Сначала ОДЗ: знаменатель не равен нулю. В конце — фейс-контроль корней: тот, что обнуляет знаменатель, в ответ не проходит, каким бы красивым ни был.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — линейное со скобками. Решите уравнение $4(x - 3) = 7x + 9$.

Шаг 1. Раскрываем скобку — четвёрку раздаём каждому жильцу: $4x - 12 = 7x + 9$.

Шаг 2. Вычтем $7x$ из обеих частей и прибавим к обеим частям 12. Получим $4x - 7x = 9 + 12$, то есть $-3x = 21$. Вот что происходит, когда мы коротко говорим «переносим».

Шаг 3. Делим: $x = 21 / (-3) = -7$.

Шаг 4. Проверка: слева $4 \cdot (-7 - 3) = -40$, справа $7 \cdot (-7) + 9 = -40$. Сошлось.

Ответ: −7.

Прототип 2 — пропорция. Решите уравнение $5/(x - 7) = 7/(x - 5)$.

Шаг 1. ОДЗ: знаменатели не равны нулю, $x \neq 7$ и $x \neq 5$.

Шаг 2. Крест-накрест: произведение крайних равно произведению средних: $5(x - 5) = 7(x - 7)$.

Шаг 3. Раскрываем: $5x - 25 = 7x - 49$. Переезд: $49 - 25 = 7x - 5x$, то есть $24 = 2x$, $x = 12$.

Шаг 4. Фейс-контроль ОДЗ: 12 не равно ни 7, ни 5 — проходит. Проверка: $5/5 = 1$ и $7/7 = 1$. Сошлось.

Ответ: 12.

Прототип 3 — квадратное. Решите уравнение $x^2 - 6x - 27 = 0$. Если корней несколько, в ответ запишите больший.

Шаг 1. Выписываем коэффициенты: $a = 1$, $b = -6$, $c = -27$.

Шаг 2. Дискриминант: $D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-27) = 36 + 108 = 144$. Минус перед шестёркой возводится в квадрат целиком — и исчезает; минус перед 27 превращает вычитание в сложение.

Шаг 3. $\sqrt{D} = 12$. Корни: $x = (6 \pm 12) / 2$, то есть $x_1 = 9$ и $x_2 = -3$.

Шаг 4. Проверяем больший подстановкой: $81 - 54 - 27 = 0$. Сошлось — двадцать секунд потрачены не зря.

Ответ: 9.

Прототип 4 — дробно-рациональное. Решите уравнение $(x^2 - 16)/(x - 4) = 0$.

Шаг 1. Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель — нет. Это два условия, и оба обязательные.

Шаг 2. Числитель: $x^2 - 16 = 0$, то есть $x = 4$ или $x = -4$.

Шаг 3. Фейс-контроль: $x = 4$ обнуляет знаменатель — этот корень разворачивают на входе, каким бы красивым он ни был. Остаётся $x = -4$.

Ответ: −4.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Решите уравнение $5x - 7 = 2x + 8$.

2) Решите уравнение $x^2 - 9x + 18 = 0$. В ответ запишите больший корень.

3) Решите уравнение $x^2 = 5x$. В ответ запишите меньший корень.

Тренажёр: mathexam.space/trainers/oge-task9-equations.html

Задание 10. Орёл, решка и здравый смысл

Что хотят. Найти вероятность события: кофе с сюрпризом, лотерейные билеты, спортсмен из России, батарейка без брака.

Классическая ловушка. Получить вероятность 2,5 и гордо записать её в ответ. Если вероятность больше единицы — вы не решили задачу, а сделали математическое открытие. Проверьте, что делили число благоприятных исходов на общее число всех исходов, а не наоборот.

Вредный совет. «Вероятность — это про удачу. Просто напиши число, которое приносит тебе счастье».

А теперь серьёзно. Если все элементарные исходы равновозможны, вероятность равна числу благоприятных исходов, делённому на число всех исходов. Ответ всегда от 0 до 1 включительно. Всё, что вылезло за эти рамки, — сигнал пересчитать.

Карта темы

Семь типов вероятности из тренажёра — по возрастанию коварства:

- Равновозможные исходы: классика «благоприятные делить на все».
- Выбор одного предмета из набора: чашка с сюрпризом, билет, спортсмен.
- Без возвращения: вытащили один предмет — общее число оставшихся уменьшилось на один. Число благоприятных исходов тоже уменьшается на один, только если извлечён подходящий предмет. Знаменатель тоже худеет, об этом забывают чаще всего.
- Монеты и частота: «орёл выпал 53 раза из 100» — частота 0,53, и она не обязана быть ровно 0,5.
- Два кубика: таблица 6 × 6, всего 36 исходов. Нарисовал таблицу — победил.
- Дерево вероятностей: вдоль ветки умножаем, подходящие ветки складываем.
- Круги Эйлера: «и» — пересечение, «или» — объединение, «только» — кусочек без соседей.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — выбор одного предмета. В фирме такси 12 машин: 3 жёлтые, остальные — зелёные. На вызов выехала одна случайная машина. Найдите вероятность того, что приедет жёлтая.

Благоприятные исходы — 3 (жёлтые машины). Все исходы — 12 (машин всего).

Вероятность = 3/12 = 1/4 = 0,25.

Контроль здравого смысла: 0,25 лежит между 0 и 1 — фейс-контроль пройден, новую физику сегодня не открыли.

Ответ: 0,25.

Прототип 2 — два кубика. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Шаг 1. Всего исходов — таблица 6 × 6, то есть 36. Нарисовал таблицу — уже наполовину решил.

Шаг 2. Сумма 8 собирается пятью способами: 2 и 6, 3 и 5, 4 и 4, 5 и 3, 6 и 2. Пары (2; 6) и (6; 2) — разные клетки таблицы: кости различимы, даже если одинаково выглядят.

Шаг 3. Вероятность: 5/36 = 0,138… ≈ 0,14.

Ответ: 0,14.

Прототип 3 — частота. Игральный кубик бросили 200 раз; шестёрка выпала 38 раз. Найдите частоту выпадения шестёрки.

Частота — это доля случившегося: 38 / 200 = 0,19.

И это не 1/6 ≈ 0,17 — частота в конкретном опыте не обязана совпадать с теоретической вероятностью. Именно поэтому её и спрашивают отдельным вопросом.

Ответ: 0,19.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Бросают кубик. Какова вероятность выпадения чётного числа?

2) Из 25 билетов 5 выигрышных. Какова вероятность вытянуть выигрышный?

3) В среднем 12 насосов из 300 подтекают. Какова вероятность купить исправный?

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/53/

Задание 11. Опознание параболы

Что хотят. Посмотреть на графики и понять, кто есть кто: где прямая, где парабола, где гипербола. Не угадать — узнать.

Классическая ловушка. Перепутать знак коэффициента. Запомните настроение параболы: ветви вверх — улыбается, коэффициент положительный; ветви вниз — грустит, коэффициент отрицательный. У прямой так же честно: растёт — коэффициент со знаком плюс.

Вредный совет. «Выбирай график, который красивее нарисован. Художника видно сразу».

А теперь серьёзно. Найдите на рисунке точку с удобными координатами. Подставьте её x, если он входит в область определения, и проверьте, получится ли нарисованный y. Графики не умеют врать тому, кто проверяет их точками.

Карта темы

Галерея характеров из тренажёра (там у каждого — свой конструктор с ползунками):

— **Прямая y = kx + b.** k — наклон: положительный — идёт в гору, отрицательный — с горы. b — место, где прямая режет ось y.

— **Парабола $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$. Настроение ветвей задаёт a: весёлая улыбка вверх или грустная вниз. Свободный член c — где парабола пересекает ось y.**

— **Гипербола $y = k/x$, где $k \neq 0$. При $k > 0$ живёт в I и III четвертях, при $k < 0$ — во II и IV. К осям липнет, но никогда их не трогает.**

— **Сдвинутая гипербола $y = k/(x - a) + b$, где $k \neq 0$. Переехала вместе со своими асимптотами: вертикальная встала в $x = a$, горизонтальная — в $y = b$. Характер тот же, прописка новая.**

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — параболы. На рисунках А–В изображены графики функций: 1) $y = x^2$; 2) $y = -x^2$; 3) $y = (x - 1)^2$. Установите соответствие между графиками и функциями. В ответе запишите номера функций в порядке А, Б, В.

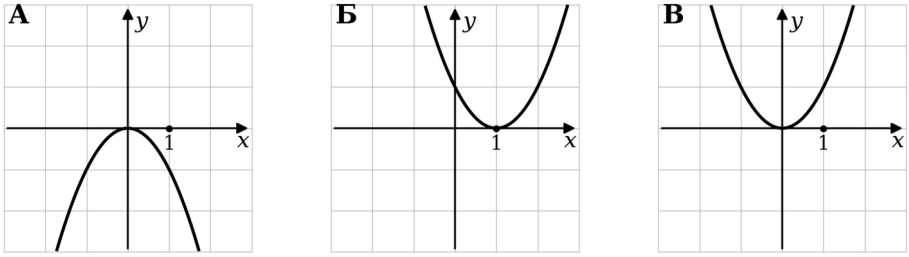


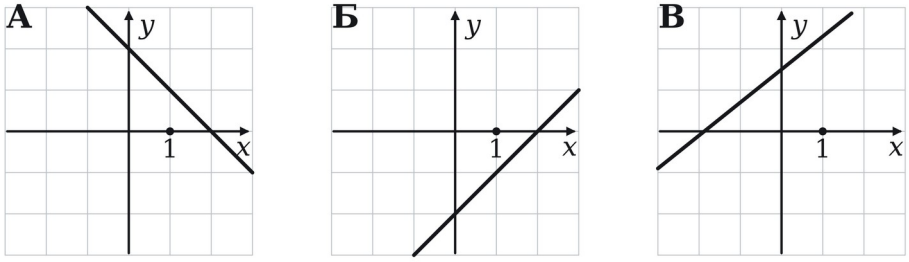
График А: ветви вниз — парабола грустит, значит, коэффициент отрицательный. Это $y = -x^2$, функция 2.

График Б: ветви вверх, но вершина съехала в точку $x = 1$ — это $y = (x - 1)^2$, функция 3. Проверка точкой: при $x = 1$ получаем $y = 0$ — сходится с картинкой.

График В: классика, вершина в нуле, ветви вверх — $y = x^2$, функция 1.

Ответ: 231.

Прототип 2 — прямые и знаки коэффициентов. На рисунках А–В изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов: 1) $k > 0$, $b > 0$; 2) $k > 0$, $b < 0$; 3) $k < 0$, $b > 0$.



Наклон отвечает за знак k: в гору — плюс, с горы — минус. Точка пересечения с осью y отвечает за знак b: выше нуля — плюс, ниже — минус.

График А идёт с горы и режет ось y выше нуля: $k < 0$, $b > 0$ — вариант 3. График Б идёт в гору и режет ось ниже нуля: $k > 0$, $b < 0$ — вариант 2. График В идёт в гору и режет выше нуля: $k > 0$, $b > 0$ — вариант 1.

Ответ: 321.

Прототип 3 — гипербола: найти коэффициент по точке. График функции $y = k/x$ проходит через точку $(4; -2)$. Найдите k.

Точка лежит на графике — значит, её координаты обязаны удовлетворять формуле. Подставляем: $-2 = k/4$.

Отсюда $k = -8$. Это та же контрольная точка, только в обратную сторону: не проверяем график точкой, а восстанавливаем формулу по точке.

Ответ: −8.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Куда направлены ветви параболы $y = -3x^2 + 5x - 1$?

2) Прямая $y = 2x - 3$: растёт или убывает?

3) В каких четвертях живёт гипербола $y = 6/x$?

Тренажёр: mathexam.space/trainers/oge-task11-graphs-trainer.html

Задание 12. Формулы: подставь и не сломай

Что хотят. Взять готовую формулу, подставить в неё известные числа и выполнить вычисления. Если после подстановки остаётся неизвестная буква, получится обычное уравнение — его и нужно решить. Выводить физическую формулу заново и заранее выражать одну величину через другую здесь не требуется.

Классическая ловушка. Подставить число не в ту букву. Формула не обидится, но ответ получится из параллельной вселенной. Вторая классика — забыть возвести в квадрат то, что в формуле стоит в квадрате.

Вредный совет. «Буквы в формуле взаимозаменяемы — это же просто буквы».

А теперь серьёзно. Выпишите исходную формулу, подпишите, какие числа известны, и подставьте их прямо на свои места. Затем либо посчитайте получившееся выражение, либо решите получившееся уравнение.

Карта темы

Два сценария: «подставить и подсчитать» и «подставить и решить уравнение». Порядок работы:

— выписать исходную формулу целиком;

— подставить известные числа на места соответствующих букв;

— если после подстановки осталась неизвестная буква — решить получившееся уравнение;

— посчитать и записать в бланк число без единиц измерения: «км/ч» и «рубли» в клетки бланка не помещаются и не нужны.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — подставить и посчитать. Путь при свободном падении из состояния покоя можно приближённо вычислять по формуле $s = 5t^2$, где s — путь в метрах, t — время падения в секундах. Найдите s, если $t = 3$ с.

Шаг 1. Подписываем число под буквой: t — это 3. Шаг 2. Порядок действий: сначала степень, потом умножение: $t^2 = 9$.

Шаг 3. $s = 5 \cdot 9 = 45$. Классическая ошибка — умножить $5 \cdot 3$ и возвести результат: $(5 \cdot 3)^2 = 225$. Квадрат относится только к t, пятёрку он не приглашал.

Ответ: 45.

Прототип 2 — подставить числа и решить уравнение. Центростремительное ускорение при движении по окружности вычисляется по формуле $a = v^2/R$, где v — скорость в м/с, R — радиус окружности в метрах. Найдите скорость v, если $a = 2{,}5$ м/с², $R = 10$ м.

Шаг 1. Подставляем известные значения прямо в данную формулу: $2{,}5 = v^2/10$.

Шаг 2. Решаем получившееся уравнение: $v^2 = 25$.

Шаг 3. Из уравнения $v^2 = 25$ получаем $v = 5$ или $v = -5$. Скорость в этой задаче не может быть отрицательной, поэтому $v = 5$.

Ответ: 5.

Прототип 3 — подставить числа и решить линейное уравнение. Периметр прямоугольника вычисляется по формуле $P = 2(a + b)$. Найдите a, если $P = 26$, $b = 4$.

Шаг 1. Подставляем известные значения в исходную формулу: $26 = 2(a + 4)$.

Шаг 2. Решаем уравнение: $a + 4 = 13$, поэтому $a = 9$. Проверка: $2 \cdot (9 + 4) = 26$.

Ответ: 9.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) $F = ma$. Найдите F, если $m = 6$ кг, $a = 2{,}5$ м/с².

2) $E = mv^2/2$. Найдите E, если $m = 4$, $v = 3$.

3) $t = s/v$. Найдите t, если $s = 120$ км, $v = 80$ км/ч.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/55/

Задание 13. Неравенства: крокодил открывает пасть к большему числу

Что хотят. Решить неравенство или систему и выбрать правильный ответ — чаще всего показать промежуток на координатной прямой.

Классическая ловушка. Умножить или разделить обе части на отрицательное число и оставить знак как был. Нет. Умножили на минус — переверните знак неравенства. Это не обсуждается, это техника безопасности. Вторая ловушка: при строгом знаке точка на прямой выколотая, ей внутрь нельзя.

Крокодил выбирает обед. Слева карточка x^2, справа — 9. Он хватает ту, где число больше.

При $x = 2$ он тянется вправо ($4 < 9$), при $x = -4$ — влево, ведь $(-4)^2 = 16$. А при $x = -3$? Ничья!
Когда справа больше? Нужно, чтобы $x^2 < 9$. Подходят все числа, от которых до нуля меньше трёх единиц, то есть $-3 < x < 3$. При $x = -3$ и $x = 3$ на обеих карточках по девятке.



Немного биологии. Крупные крокодилы действительно способны нападать на очень большую добычу. Нильский крокодил охотится на зебр, антилоп гну и даже небольших бегемотов; гребнистый крокодил может нападать на крупный скот, буйволов и кабанов. Поэтому образ раскрытой пасти запоминается легко. Но знак неравенства никого не «ест»: широкая сторона просто обращена к большему числу, острый конец — к меньшему.
Биологическая справка: National Geographic и правительство Северной территории Австралии.

Экзаменационный формат. В задании 13 нужно выбрать вариант, соответствующий решению, и записать в бланк его номер. Интервалы в рубрике «Проверь себя» даны как учебная тренировка; на экзамене итогом будет одна цифра.

Карта темы

Четыре модуля тренажёра:

— **Линейные**: три формы записи — икс с одной стороны; иксы с обеих сторон; скобка вида $a(x \pm b)$.

— **Квадратные**: четыре вида — чистый квадрат $x^2 \le a$; с коэффициентом вида $4x^2 > 9$ — корни выходят дробные, $\pm 3/2$, и это нормально; произведение готовых скобок; вынесение

x, в том числе со старшим минусом ($5x - x^2$) — тогда сначала умножаем на −1 с переворотом знака.

— **Обратная задача**: дана картинка с решением — выберите, какое неравенство ей соответствует. Экзамен любит и обратный ход.

— **Системы двух неравенств**: решить каждое, пересечь решения на одной прямой. Если общей части нет, система решений не имеет. В учебном решении пишем «решений нет», а в задании с выбором ответа записываем номер подходящего варианта.

Отдельный фирменный сюжет — иррациональные концы. Неравенство $x^2 \le 7$ можно решить двумя корректными способами. Короткий путь: $x^2 \le 7 \Leftrightarrow |x| \le \sqrt{7} \Leftrightarrow -\sqrt{7} \le x \le \sqrt{7}$. Важно не потерять левую границу: запись только $x \le \sqrt{7}$ неверна. Второй путь — перенести всё влево, разложить разность квадратов $(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) \le 0$ и применить метод интервалов. Этот приём особенно полезен во второй части, в задании 20.

Разбор основных прототипов

Порядок — как в тренажёре: три формы линейных, четыре вида квадратных, обратная задача по картинке и система. Для квадратных неравенств универсален метод интервалов. При $a \ge 0$ неравенство $x^2 \le a$ равносильно $|x| \le \sqrt{a}$. Если $a < 0$, решений нет.

Прототип 1 — линейное, икс в одной части. Решите неравенство $4 - 5x \ge 19$.

Шаг 1. Число 4 переезжает вправо со сменой знака: $-5x \ge 19 - 4$, то есть $-5x \ge 15$.

Шаг 2. Делим обе части на −5. Деление на отрицательное — переворот знака, это техника безопасности: $x \le -3$.

Шаг 3. На прямой: закрашенная точка −3 (знак нестрогий) и луч влево.

Ответ: $(-\infty; -3]$.

Прототип 2 — линейное, иксы с обеих сторон. Решите неравенство $7x - 5 < 9x + 7$.

Шаг 1. Иксы налево, числа направо, на границе «<» — смена знака: $7x - 9x < 7 + 5$, то есть $-2x < 12$.

Шаг 2. Делим на −2 и переворачиваем знак: $x > -6$.

Шаг 3. Выколотая точка −6 (знак строгий) и луч вправо.

Ответ: $(-6; +\infty)$.

Прототип 3 — линейное со скобкой. Решите неравенство $-3(x - 2) \le 12$.

Шаг 1. Сначала раскрываем скобку — минус три раздаём каждому: $-3x + 6 \le 12$.

Шаг 2. Шестёрка переезжает: $-3x \le 6$. Шаг 3. Делим на −3, знак переворачивается: $x \ge -2$.

Ответ: $[-2; +\infty)$.

Прототип 4 — квадратное, чистый квадрат. Решите неравенство $x^2 \le 49$.

Шаг 1. Можно сразу записать: $x^2 \le 49 \Leftrightarrow |x| \le 7 \Leftrightarrow -7 \le x \le 7$. Ниже решим то же неравенство универсальным методом интервалов. Переносим: $x^2 - 49 \le 0$.

Шаг 2. Узнаём разность квадратов: $49 = 7^2$, значит $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$. Неравенство: $(x - 7)(x + 7) \le 0$.

Шаг 3. Метод интервалов: корни −7 и 7, точки закрашенные (знак нестрогий), знаки по участкам: плюс, минус, плюс. Нужен минус — берём между корнями.

Ответ: [−7; 7].

Прототип 5 — квадратное с коэффициентом. Решите неравенство $4x^2 > 9$.

Шаг 1. Переносим: $4x^2 − 9 > 0$. Оба слагаемых — квадраты: $4x^2 = (2x)^2$, $9 = 3^2$.

Шаг 2. Разность квадратов: $(2x − 3)(2x + 3) > 0$. Корни скобок: $x = 3/2$ и $x = −3/2$, то есть ±1,5 — в этом виде корни часто дробные, и это нормально.

Шаг 3. Метод интервалов: знак «плюс» снаружи корней, точки выколотые (знак строгий).

Ответ: (−∞; −1,5) ∪ (1,5; +∞).

Прототип 6 — квадратное с вынесением x. Решите неравенство $5x − x^2 > 0$.

Шаг 1. Старший коэффициент отрицательный — неудобно. Умножаем обе части на −1 и переворачиваем знак: $x^2 − 5x < 0$.

Шаг 2. Выносим общий множитель: $x(x − 5) < 0$. Корни: 0 и 5. Делить на x без разбора случаев нельзя: его знак неизвестен, а при делении на отрицательное число знак неравенства надо перевернуть. Метод интервалов учитывает оба случая сразу.

Шаг 3. Метод интервалов: минус — между корнями, точки выколотые.

Ответ: (0; 5).

Прототип 7 — квадратное, произведение скобок. Решите неравенство $(x + 3)(x − 5) < 0$.

Шаг 1. Разложение уже сделано составителем — не ломайте его раскрытием скобок. Корни читаются сразу: −3 и 5.

Шаг 2. Метод интервалов: плюс, минус, плюс; знак строгий — точки выколотые; нужен минус — между корнями.

Ответ: (−3; 5).

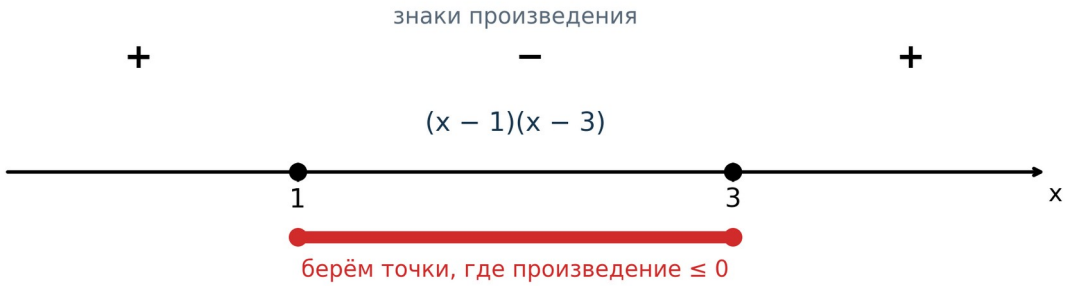
Прототип 8 — квадратный трёхчлен. Решите неравенство $x^2 − 4x + 3 ≤ 0$.

Шаг 1. Скобок нет — находим корни уравнения $x^2 − 4x + 3 = 0$. $D = 16 − 12 = 4$, $\sqrt{D} = 2$. Поэтому $x_1 = (4 − 2)/2 = 1$, $x_2 = (4 + 2)/2 = 3$.

Шаг 2. Раскладываем: $x^2 − 4x + 3 = (x − 1)(x − 3)$. Неравенство: $(x − 1)(x − 3) ≤ 0$.

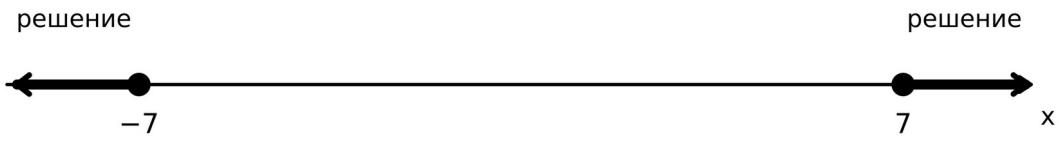
Шаг 3. Определяем, на каких промежутках произведение $(x − 1)(x − 3)$ неположительно.

Числа 1 и 3 делят координатную прямую на три промежутка. Проверим по одному числу из каждого:
• При $x < 1$ возьмём $x = 0$: $(0 − 1)(0 − 3) = 3 > 0$ — не подходит.
• При $1 < x < 3$ возьмём $x = 2$: $(2 − 1)(2 − 3) = −1 < 0$ — подходит.
• При $x > 3$ возьмём $x = 4$: $(4 − 1)(4 − 3) = 3 > 0$ — не подходит.
В точках $x = 1$ и $x = 3$ произведение равно нулю. Условие содержит знак ≤, поэтому обе граничные точки включаем в ответ.



Ответ: [1; 3].

Прототип 9 — обратная задача. На рисунке изображено решение неравенства. Выберите это неравенство: 1) $x^2 - 49 \geq 0$; 2) $x^2 - 49 \leq 0$; 3) $x^2 - 7x \geq 0$; 4) $x^2 + 49 \geq 0$.



Шаг 1. Читаем граничные точки с картинки: −7 и 7, симметричные. У варианта 3 нули были бы 0 и 7 (несимметрично) — мимо. В варианте 4 выражение $x^2 + 49$ всегда положительно, поэтому неравенство $x^2 + 49 \geq 0$ выполняется при всех действительных x и не даёт изображённые два луча.

Шаг 2. Осталось выбрать знак между 1 и 2. Контрольная точка x = 0 не входит в выделенные лучи. Подставляем в вариант 1: 0 − 49 = −49, и «−49 ≥ 0» неверно — ноль в решение не входит. Сходится с картинкой.

Шаг 3. Для спокойствия сверим выделенные лучи и граничные точки. Решение расположено снаружи корней — там разность квадратов положительна. Точки −7 и 7 закрашены: нулевые значения тоже подходят. Значит, нужен знак ≥. Всё указывает на вариант 1.

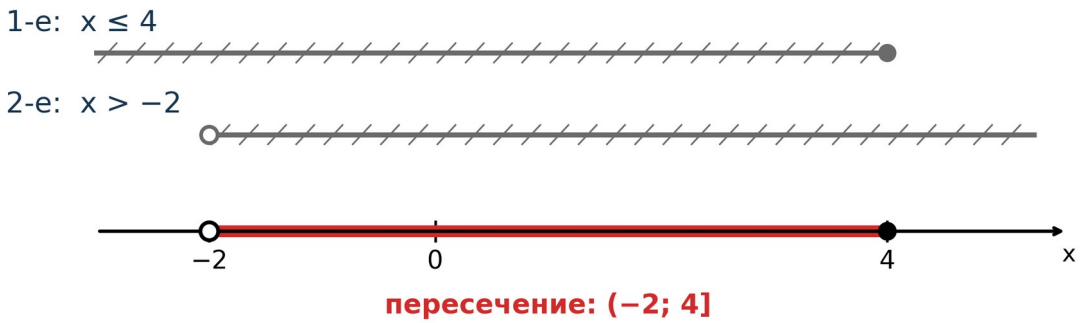
Ответ: 1.

Прототип 10 — система неравенств. Решите систему:

$$\begin{cases} x - 3 \leq 1, \\ 2x > -4. \end{cases}$$

Шаг 1. Решаем каждое отдельно. Первое: x ≤ 4. Второе: делим на положительную двойку, знак на месте: x > −2.

Шаг 2. Система означает «и»: изображаем решения двух неравенств на отдельных строках над одной координатной прямой, затем отмечаем их общую часть.



Шаг 3. Пересечение: от −2 (выколотая — знак строгий) до 4 (закрашенная — нестрогий).

И помните: лучи могут вообще не встретиться. Система {x > 5; x < 1} решений не имеет. В учебном решении так и пишем: «решений нет». В задании с выбором ответа находим соответствующий вариант и записываем его номер.

Ответ: (−2; 4].

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Решите неравенство $3x - 12 > 0$.

2) Решите неравенство $x^2 \le 25$.

3) Решите неравенство $(x - 2)(x + 5) > 0$.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/56/

Задание 14. Марш прогрессий

Что хотят. Разобраться с последовательностью: найти член прогрессии, разность, знаменатель или сумму.

Классическая ловушка. Применить формулу арифметической прогрессии к геометрической. Это как прийти на футбол с клюшкой: инвентарь хороший, игра не та.

Вредный совет. «Формулы прогрессий похожи — бери любую, авось совпадёт».

А теперь серьёзно. Сначала определите, кто перед вами: арифметическая шагает — прибавляет d, геометрическая скачет — умножает на q. И помните: формулы обеих напечатаны в справочных материалах, которые лежат у вас на столе. Экзамен сам принёс вам шпаргалку — легальную.

Карта темы

— **Арифметическая прогрессия** шагает: каждый следующий член получается прибавлением одного и того же числа d. Формула члена: $a_n = a_1 + d(n - 1)$. Сумма первых

n членов: $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$ — работает благодаря парам с концов, дающим одинаковую сумму.

— **Геометрическая прогрессия** скачет: каждый следующий член получается умножением предыдущего на одно и то же число q. Формула члена: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$. В школьном определении $b_1 \neq 0$ и $q \neq 0$.

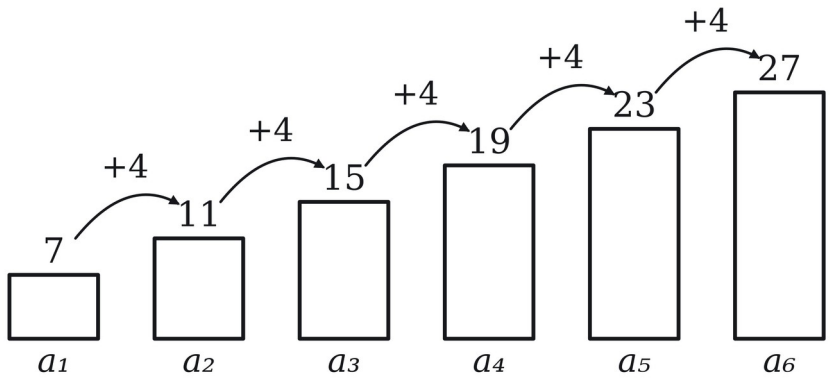
— **Рекуррентная запись**: условия вида $a_1 = 12$, $a_{n+1} = a_n - 5$ — это рецепт «следующий из предыдущего». Прочитайте, чему равна добавка или множитель, — и перед вами обычная прогрессия.

— **Номер члена и «является ли число членом»**: приравнять формулу n-го члена к данному числу и решить относительно n; номер натуральный — член есть, номер дробный — вежливый отказ.

Первое действие в любой задаче — определить клан: постоянная разность или постоянное отношение. Второе — открыть справочные материалы: формулы там напечатаны. Третье — не забыть, что шагов до n-го члена всего n − 1: первый член достаётся бесплатно.

Разбор основных прототипов

Прототип 1 — n-й член арифметической прогрессии. Прогрессия задана условиями $a_1 = 7$, $d = 4$ (то есть 7; 11; 15; …). Найдите a_{10}.



каждая ступенька одинаковая: прогрессия шагает

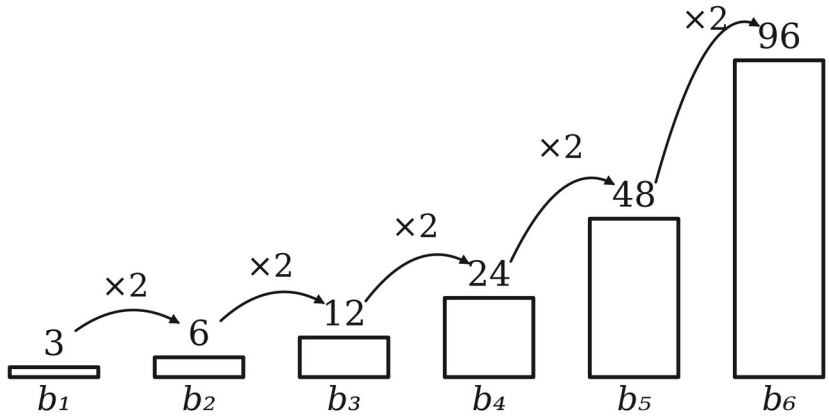
Шаг 1. Разность постоянна — каждый следующий член на 4 больше: прогрессия шагает, значит, арифметическая.

Шаг 2. Формула из справочных материалов: $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Шаг 3. Подставляем: $a_{10} = 7 + 4 \cdot (10 - 1) = 7 + 36 = 43$. Шагов девять, а не десять — первый член достаётся бесплатно, лесенка на схеме начинается уже со ступеньки a_1.

Ответ: 43.

Прототип 2 — n-й член геометрической прогрессии. Прогрессия задана условиями $b_1 = 3$, $q = 2$. Найдите b_6.



ступеньки растут вместе с числами: прогрессия скачет

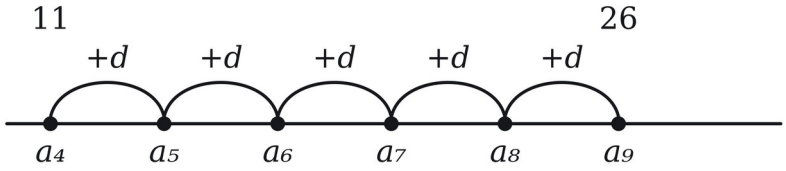
Шаг 1. Отношение постоянно — каждый следующий вдвое больше: прогрессия скачет, значит, геометрическая.

Шаг 2. Формула: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$. Показатель — снова n − 1: умножений на единицу меньше, чем членов.

Шаг 3. $b_6 = 3 \cdot 2^5 = 3 \cdot 32 = 96$. Сравните схемы: у показанной арифметической прогрессии прибавки одинаковые, у геометрической растут вместе с числами. Здесь каждый член вдвое больше предыдущего — это и отличает данную геометрическую прогрессию от арифметической.

Ответ: 96.

Прототип 3 — найти разность по двум членам. В арифметической прогрессии $a_4 = 11$ и $a_9 = 26$. Найдите разность d.



9 − 4 = 5 шагов, значит 5d = 26 − 11

Шаг 1. Считаем шаги между известными членами: от четвёртого до девятого их 9 − 4 = 5. Не шесть! Считаются переходы, а не члены — схема выше именно про это.

Шаг 2. Пять шагов подняли прогрессию на 26 − 11 = 15. Значит, 5d = 15 и d = 3.

Шаг 3. Проверка: 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 26. Сошлось.

Ответ: 3.

Прототип 4 — сумма арифметической прогрессии. Дано: $a_1 = 5$, d = 3. Найдите сумму первых десяти членов.

Шаг 1. Сначала последний из складываемых: $a_{10} = 5 + 3 \cdot 9 = 32$.

Шаг 2. Формула суммы: $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$. Откуда она берётся — видно на схеме: пары с концов дают одну и ту же сумму.



Шаг 3. $S_{10} = (5 + 32) \cdot 10 / 2 = 37 \cdot 5 = 185$. По легенде, маленький Гаусс так пересчитал сумму от 1 до 100 быстрее, чем учитель дошёл до своего стола. Формула в справочных материалах — но теперь вы знаете её секрет.

Ответ: 185.

Прототип 5 — номер члена прогрессии. Дана арифметическая прогрессия 6; 10; 14; … Каким по счёту членом этой прогрессии является число 102?

Шаг 1. Пишем формулу n-го члена: $a_n = 6 + 4(n - 1) = 4n + 2$.

Шаг 2. Приравниваем: $4n + 2 = 102$, откуда $4n = 100$ и $n = 25$.

Шаг 3. Номер получился натуральным — значит, 102 действительно член прогрессии, двадцать пятый. А вот у числа 103 вышло бы $4n = 101$ и $n = 25{,}25$: дробный номер — вежливый отказ, такого члена в прогрессии нет. Этим приёмом решаются и вопросы «является ли число членом прогрессии».

Ответ: 25.

Прототип 6 — прогрессия, заданная рекуррентно. Последовательность задана условиями $a_1 = 12$, $a_{n+1} = a_n - 5$. Найдите a_5.

Шаг 1. Запись $a_{n+1} = a_n - 5$ — это рецепт: «следующий = предыдущий минус пять». Перед нами арифметическая прогрессия с $d = -5$, шагающая вниз.

Шаг 2. Можно честно выписать: 12; 7; 2; −3; −8. А можно формулой: $a_5 = 12 + (-5) \cdot 4 = -8$. Ответы обязаны совпасть — это бесплатная самопроверка.

Ответ: −8.

Прототип 7 — сюжетная задача. В амфитеатре 12 рядов. В первом ряду 16 мест, а в каждом следующем — на 2 места больше. Сколько всего мест в амфитеатре?

Шаг 1. Переводим на язык прогрессий: ряды — члены арифметической прогрессии, $a_1 = 16$, $d = 2$, $n = 12$.

Шаг 2. Последний ряд: $a_{12} = 16 + 2 \cdot 11 = 38$ мест.

Шаг 3. Все места — сумма: $S_{12} = (16 + 38) \cdot 12 / 2 = 54 \cdot 6 = 324$. Пары Гаусса работают и в амфитеатре: первый ряд с последним дают столько же, сколько второй с предпоследним.

Ответ: 324.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Прогрессия 5; 8; 11; … Найдите a_7.

2) Прогрессия 2; 6; 18; … Найдите b_4.

3) Арифметическая прогрессия: $a_1 = 10$, $d = -2$. Найдите a_6.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/57/

Геометрия: та самая обязательная

Для ориентира: в рекомендациях на 2026 год не меньше двух баллов требовалось набрать за геометрию. Начните с рисунка. Перенесите на него данные из условия и подпишите, что нужно найти. Если понадобится новая линия, проведите её в тот момент, когда сможете объяснить, какую связь она даст.

Задание 15. Треугольники: находим неизвестный угол или сторону

> **Границы разбора.** *Задачи о треугольниках бывают очень разными. Здесь мы разбираем один базовый случай; другие свойства и типы рисунков встретятся в тренажёре, а полный набор геометрических фактов изучается в школьном курсе.*

Что хотят. Найти угол или сторону в треугольнике. Часто в главной роли — внешний угол.

Классическая ловушка. Перепутать внешний угол со смежным с ним внутренним и вычесть не то из 180°.

Вредный совет. «Углы в треугольнике — кто как договорится, суммы у всех свои».

А теперь серьёзно. Два железных факта: сумма углов треугольника — 180°, а внешний угол равен сумме двух внутренних, не смежных с ним. Он как сосед, который знает всё про тех двоих из дальних углов.

Карта темы

Пять железных фактов треугольника — они помогают решить многие типовые задачи:

— сумма углов равна 180°;

— внешний угол равен сумме двух внутренних, не смежных с ним;

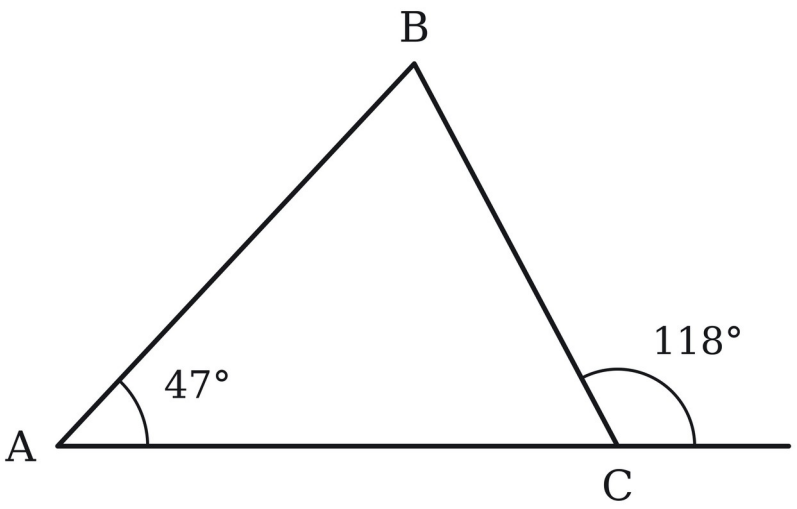
— в равнобедренном треугольнике углы при основании равны;

— против большей стороны лежит больший угол — и наоборот;

— в прямоугольном треугольнике острые углы в сумме дают 90°.

Разбор задачи

Задача. Внешний угол при вершине C треугольника ABC равен 118°, угол A равен 47°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Внешний угол равен сумме двух внутренних, не смежных с ним: 118° = 47° + ∠B.

∠B = 118° − 47° = 71°.

Проверка через 180°: угол BCA = 180° − 118° = 62°; тогда 47° + 62° + 71° = 180°. Треугольник доволен.

Ответ: 71.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Два угла треугольника равны 35° и 80°. Найдите третий.

2) В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 70°. Найдите угол при вершине.

3) Внешний угол треугольника равен 100°. Найдите смежный с ним внутренний.

Дополнительный разбор внешнего угла: mathexam.space/b/oge26-2/02/

Задание 16. Окружность: круглая, но с подвохом

Что хотят. Найти угол, хорду или радиус в окружности. Главные актёры — вписанный и центральный углы.

Классическая ловушка. Перепутать вписанный угол с центральным и забыть, кто из них вдвое меньше.

Вредный совет. «Все углы в окружности равны — она же круглая, симметричная».

А теперь серьёзно. Вписанный угол — половина центрального, если они смотрят на одну дугу. Угол, опирающийся на диаметр, всегда прямой: диаметр — звезда, на него все смотрят под углом 90°. А касательная перпендикулярна радиусу в точке касания — всегда, без выходных.

Карта темы

Пять фактов окружности, на которых держатся многие типовые задачи:

— вписанный угол равен половине центрального, если они опираются на одну дугу;

— вписанный угол, опирающийся на диаметр, — прямой;

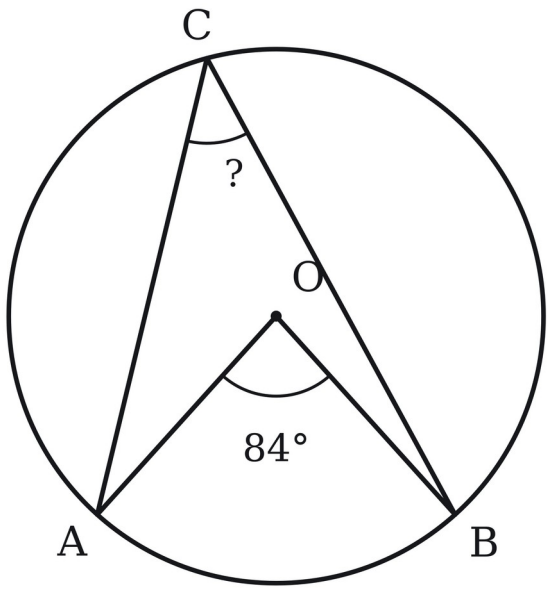
— касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания;

— отрезки касательных, проведённых из одной точки, равны;

— вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны между собой.

Разбор задачи

Задача. Центральный угол AOB равен 84°. Найдите вписанный угол ACB, который опирается на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



Решение.

На рисунке отметьте дугу AB, которая не содержит C. Обе пары лучей, OA и OB, CA и CB, опираются на эту дугу. Поэтому вписанный угол ACB вдвое меньше центрального AOB.

∠ACB = 84° / 2 = 42°.

Ответ: 42.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Вписанный угол равен 36°. Найдите центральный, опирающийся на ту же дугу.

2) Чему равен вписанный угол, опирающийся на диаметр?

3) Чему равен угол между касательной и радиусом, проведённым в точку касания?

Интерактивный чертёж вписанного угла: mathexam.space/geometry-course/atlas/inscribed.html

Задание 17. Семейные разборки четырёхугольников

Что хотят. Найти сторону, угол, диагональ или площадь у квадрата, прямоугольника, ромба, параллелограмма или трапеции.

Классическая ловушка. Перепутать родственников: приписать ромбу равные диагонали, а прямоугольнику — перпендикулярные. Семья большая, привычки у всех разные.

Вредный совет. «Четырёхугольники — одна семья, значит, свойства общие. Что ромбу хорошо, то и трапеции сгодится».

А теперь серьёзно. Досье на семью: у прямоугольника диагонали равны, у ромба — перпендикулярны и делят углы пополам, у любого параллелограмма — точкой пересечения делятся пополам. У трапеции своя гордость — средняя линия, равная полусумме оснований.

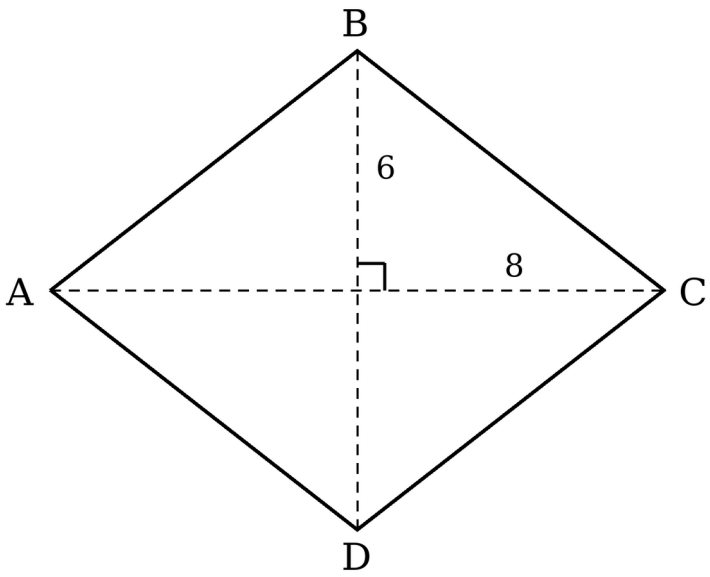
Карта темы

Семейное древо — от общего к частному, каждый наследник получает всё имущество предка и добавляет своё:

- **Параллелограмм**: противоположные стороны и углы равны; соседние углы в сумме дают 180°; диагонали точкой пересечения делятся пополам.
- **Прямоугольник**: всё то же плюс диагонали равны.
- **Ромб**: всё то же, что у параллелограмма, плюс диагонали перпендикулярны и делят углы пополам. Площадь — половина произведения диагоналей.
- **Квадрат** наследует всё сразу. Самый обеспеченный член семьи.
- **Трапеция** в семье не состоит, но имеет свою гордость: средняя линия равна полусумме оснований.

Разбор задачи

Задача. Диагонали ромба равны 12 и 16. Найдите сторону ромба.



Решение.

Шаг 1. Вспоминаем семейное досье: диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.

Шаг 2. Значит, половинки диагоналей — 6 и 8 — это катеты прямоугольного треугольника, а сторона ромба — его гипотенуза.

Шаг 3. Теорема Пифагора: сторона² = 6² + 8² = 36 + 64 = 100, сторона = 10. Знаменитая тройка 6–8–10 снова на службе.

Ответ: 10.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Один из углов параллелограмма равен 60°. Найдите соседний с ним.

2) Периметр ромба равен 40. Найдите его сторону.

3) Основания трапеции равны 8 и 12. Найдите среднюю линию.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/59/

Задание 18. Клеточка — твой лучший друг

Что хотят. Найти площадь, расстояние или тангенс угла у фигуры, нарисованной на клетчатой бумаге. Той самой, из школьной тетради.

Классическая ловушка. Считать клетки на глаз по косой линии. Диагональ клетки — это не одна клетка, как бы ей ни хотелось.

Вредный совет. «Площадь можно оценить на глазок — у тебя же хороший глазомер».

А теперь серьёзно. Приём «коробочка»: достройте фигуру до прямоугольника и вычтите лишние треугольники. Работает почти всегда, ошибок — почти никогда. Это самое дружелюбное задание геометрии: балл, нарисованный по клеточкам.

Карта темы

Четыре приёма клетчатой бумаги:

— «коробочка»: для многих многоугольников на клетчатой бумаге удобно достроить фигуру до прямоугольника и вычесть площади частей вне фигуры;

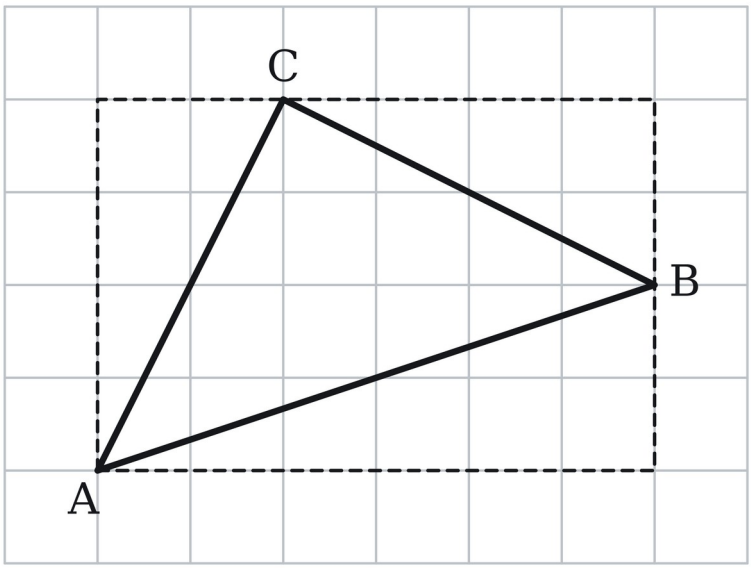
— прямой подсчёт: основание и высоту видно по клеткам — площадь считается в одну строчку;

— тангенс острого угла: длину противолежащего катета разделить на длину прилежащего. На клетчатом рисунке эти длины удобно считать по вертикали и горизонтали;

— расстояние между точками: горизонталь и вертикаль по клеткам — и Пифагор.

Разбор задачи

Задача. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображён треугольник ABC. Найдите его площадь.



Решение.

Шаг 1. Приём «коробочка»: достраиваем треугольник до прямоугольника 6 × 4 по пунктиру. Площадь коробочки: $6 \cdot 4 = 24$.

Шаг 2. Внутри коробочки, кроме нашего треугольника, лежат три прямоугольных треугольника по углам. Их площади считаются по клеточкам: 6 · 2 / 2 = 6; 4 · 2 / 2 = 4; 2 · 4 / 2 = 4. Вместе: 14.

Шаг 3. Вычитаем лишнее: 24 − 14 = 10. Ни одной формулы сложнее «полкатета на катет» не понадобилось.

Ответ: 10.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Прямоугольный треугольник с катетами 4 и 6 клеток. Найдите площадь.

2) Параллелограмм: основание 5 клеток, высота 3 клетки. Найдите площадь.

3) Острый угол прямоугольного треугольника: противолежащий катет 3 клетки, прилежащий 5. Найдите тангенс.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/60/

Задание 19. Правда или ловушка

Что хотят. Выбрать из списка утверждений верные. Звучит просто, но составители — люди с фантазией.

Классическая ловушка. Слова «любой», «всегда», «каждый». Утверждение звучит солидно, а рушится от одного примера.

Вредный совет. «Чем длиннее и умнее звучит утверждение, тем оно вернее. Коротким не верь».

А теперь серьёзно. Услышали «всегда» — ищите контрпример. Один-единственный контрпример побеждает любое «всегда», как пешка, дошедшая до конца доски. Нарисуйте маленький чертёж и проверьте на нём.

Карта темы

Утверждения приходят из четырёх районов: треугольники, четырёхугольники, окружность, углы и прямые. Полезные рефлексы:

- «любой», «всегда», «каждый» → ищи контрпример. Один контрпример побеждает любое «всегда»;
- «существует» → достаточно предъявить один пример;
- стороны треугольника → проверь неравенство треугольника: две меньшие в сумме обязаны превосходить большую;
- сомневаешься → нарисуй маленький чертёж. Утверждения боятся чертежей больше, чем формул.

Разбор задачи

Задача. Укажите номера верных утверждений. 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой. 2) Существует треугольник со сторонами 1, 2, 4. 3) Если один из углов ромба прямой, то этот ромб — квадрат.

Решение.

Утверждение 1 — верно: это классический факт планиметрии о параллельной через точку.

Утверждение 2 — слышим слово «существует» и проверяем неравенством треугольника: 1 + 2 = 3, а 3 < 4. Две короткие стороны не дотягиваются друг до друга — треугольник развалился, не успев существовать. Неверно.

Утверждение 3 — верно: у ромба все стороны равны; прямой угол делает его прямоугольником; а прямоугольник с равными сторонами — это и есть квадрат.

Ответ: 13.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Верно ли: диагонали любого прямоугольника равны?

2) Верно ли: вертикальные углы равны?

3) Верно ли: любой ромб является квадратом?

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/71/

Часть вторая: задачи с полным решением

Каждое задание второй части стоит два балла, и проверяет его живой эксперт. Ему нужен не только ответ, а весь ход решения. Пишите так, чтобы понял человек, который не слышит ваших мыслей и не видел ваших черновиков. «Ну тут же очевидно» — не аргумент: эксперт реагирует на это слово, как учитель на жвачку.

> **Важно.** *Один разобранный пример не исчерпывает тему второй части: здесь задачи отличаются сильнее, чем задания с кратким ответом. Книга показывает возможный ход решения; самостоятельность появляется после серии задач, разбора ошибок и систематического повторения.*

Задание 20. Уравнение с характером

Что хотят. Полностью решить уравнение или неравенство посложнее: с дробями, степенями, разложением на множители.

Классическая ловушка. Потерять корень при делении обеих частей на выражение с иксом — или притащить лишний, забыв про знаменатель. В дробных уравнениях знаменатель не равен нулю: это фейс-контроль, и он строгий.

Вредный совет. «Записывай только ответ — эксперт сам догадается, какой гениальный путь ты прошёл».

А теперь серьёзно. Каждое преобразование — отдельной строкой. Нашли корни — проверьте их на допустимость и только потом пишите ответ. Балл за решение получает тот, чьё решение видно.

Карта темы

В тренажёре несколько тематических модулей плюс смешанный режим. По группам — как в самом тренажёре:

- **Выражения и степени**: значение громоздкого выражения; дробь со степенями — работаем с показателями, а не с числами.
- **Уравнения**: кубические — группировкой, как в разборе ниже; биквадратные — заменой $t = x^2$; дробно-рациональные — с заменой и обязательным ОДЗ; равенство квадратов $A^2 = B^2$ — через разность квадратов $A^2 - B^2 = 0$, квадраты не раскрываем: разность квадратов сделает всё сама; разложение на множители; уравнение с радикалом.
- **Системы**: сложение, подстановка, пропорциональные и симметричные системы. Выбор метода — половина решения: если при сложении что-то красиво уничтожается — складываем.
- **Неравенства**: с иррациональными концами — число представляем как $(\sqrt{\text{число}})^2$, дальше разность квадратов и метод интервалов; дробные вида $-N/(x^2 + bx + c) \geq 0$ — раскладываем знаменатель и следим за знаком; квадратные — ответ бывает отрезком, а бывает двумя лучами, и оба варианта нормальные.

Смешанный режим — генеральная репетиция: сначала распознай тип, потом решай. На экзамене никто не подпишет сверху «это биквадратное».

Разбор задачи

Задача. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$.

Решение.
Шаг 1. Группируем слагаемые парами: $(x^3 + 4x^2) - (9x + 36) = 0$. Минус перед скобкой честно раздали обоим жильцам.

Шаг 2. Выносим общие множители: $x^2(x + 4) - 9(x + 4) = 0$.

Шаг 3. Скобка $(x + 4)$ — общий множитель: $(x + 4)(x^2 - 9) = 0$. Ни в коем случае не «сокращаем» на скобку — так теряют корень.

Шаг 4. Разность квадратов: $(x + 4)(x - 3)(x + 3) = 0$.

Шаг 5. Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю: $x = -4$, $x = 3$, $x = -3$. Записываем все три — эксперт должен видеть каждый.

Ответ: −4; −3; 3.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Решите уравнение $x^3 - 4x = 0$.

2) Решите уравнение $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

3) Решите уравнение $(2x - 5)^2 = (x - 4)^2$.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/61/



Задание 21. Задача, притворяющаяся текстом

Что хотят. Решить текстовую задачу: движение, работа, смеси, проценты. Перевести человеческий язык на математический и обратно.

Классическая ловушка. Получить скорость пешехода 90 км/ч и не удивиться. Это не пешеход, это гепард на самокате. Ответ обязан проходить проверку здравым смыслом.

Вредный совет. «Обозначать за икс ничего не надо — держи все величины в голове, там просторно».

А теперь серьёзно. Обозначьте неизвестное, составьте табличку «скорость — время — расстояние» (или «работа — время — производительность»), соберите уравнение. В конце сверьте ответ с реальностью: поезда не летают, бассейны не наполняются мгновенно.

Карта темы

Четыре сюжета — одна таблица:

— **Движение по прямой**: навстречу — скорости складываются; вдогонку — вычитаются.

— **Движение по воде**: по течению собственная скорость плюс скорость реки, против течения — минус. Река помогает туда и мешает обратно, отсюда и разница времени.

— **Совместная работа**: вся работа равна единице; производительность — единица, делённая на время. Две трубы складывают производительности, а не времена.

— **Смеси и проценты**: следим за чистым веществом в граммах, а не за процентами на словах. Проценты — упаковка, вещество — содержимое.

Таблица помогает связать величины и составить уравнение. Для движения используйте колонки «скорость — время — расстояние», для работы — «производительность — время — работа», для смесей — «масса раствора — доля вещества — масса вещества». Ищите в условии связь между величинами: например, «на 1 час меньше» или «на 2 км/ч быстрее».

Разбор задачи

Задача. Моторная лодка прошла против течения реки 24 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 1 час меньше. Скорость течения равна 2 км/ч. Найдите скорость лодки в неподвижной воде.

Решение.

Шаг 1. Обозначаем: x км/ч — скорость лодки в неподвижной воде, $x > 2$ (иначе продвинуться против течения не получится).

Шаг 2. Таблица «скорость — время — расстояние». Против течения: скорость $x - 2$, время $24/(x - 2)$. По течению: скорость $x + 2$, время $24/(x + 2)$. Расстояние в обе стороны — 24 км.

Шаг 3. Обратный путь на час короче: $24/(x - 2) - 24/(x + 2) = 1$.

Шаг 4. Умножаем обе части на $(x - 2)(x + 2)$, знаменатели не равны нулю по ОДЗ: $24(x + 2) - 24(x - 2) = x^2 - 4$.

Шаг 5. Раскрываем: $24x + 48 - 24x + 48 = x^2 - 4$, то есть $96 = x^2 - 4$, откуда $x^2 = 100$ и $x = \pm 10$.

Шаг 6. Отрицательная скорость фейс-контроль не проходит: $x = 10$. Проверка здравым смыслом: против течения $24/8 = 3$ ч, по течению $24/12 = 2$ ч — ровно на час меньше. Гепарды на самокатах не понадобились.

Ответ: 10 км/ч.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Первая труба наполняет бассейн за 6 часов, вторая — за 3. За сколько часов наполнят вместе?

2) Смешали 200 г 10-процентного раствора и 300 г 15-процентного. Какова концентрация смеси?

3) Скорость течения 3 км/ч. По течению лодка прошла 36 км за 2 часа. Найдите собственную скорость лодки.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/62/

Задание 22. Нарисуй, но с умом

Что хотят. Построить график функции и ответить на вопрос про него: например, при каких значениях параметра прямая пересекает график в нужном количестве точек.

Классическая ловушка. Забыть выколоть точку там, где функция не определена. Выколотая точка маленькая, а стоит целый балл.

Вредный совет. «Рисуй график от руки размашисто — искусство любит смелых».

А теперь серьёзно. Таблица значений, аккуратные оси с подписями, честный масштаб по клеточкам. Выколотую точку рисуйте пустым кружком и отдельно скажите про неё в ответе — эксперт это ценит, как кот открытую дверь.

Карта темы

В тренажёре можно отрабатывать основные типы задания на разных числовых примерах. Три семейства графиков:

- **Кусочные** функции: парабола + прямая, парабола + гипербола, три отрезка прямых. График сшивается из частей, на стыках — особое внимание.
- **С модулями.** $x|x|$, $|x|(x \pm b)$, $a|x \pm b| \pm x^2$, $x^2 - |kx + b|$. Модуль раскрывают по-разному на участках, где подмодульное выражение имеет разные знаки. Поэтому сначала найдите границы этих участков. В точках перехода на графике могут появиться изломы-«уголки», но это происходит не всегда.
- **Дробные с выколотыми точками**: дробь сокращается — и на графике остаётся дырка. Бывает одна, бывает две: у $y = (x^4 - 17x^2 + 16)/((x - 4)(x - 1))$ после сокращения остаётся парабола с дырками при $x = 1$ и $x = 4$.

Три формата вопроса: «ровно одна общая точка», «не имеет общих точек», «наибольшее число общих точек». Метод один: построй график и мысленно веди горизонтальную линейку $y = c$ сверху вниз, считая встречи. Особые высоты — вершины, изломы и дырки: именно на них ответ и живёт.

Разбор задачи

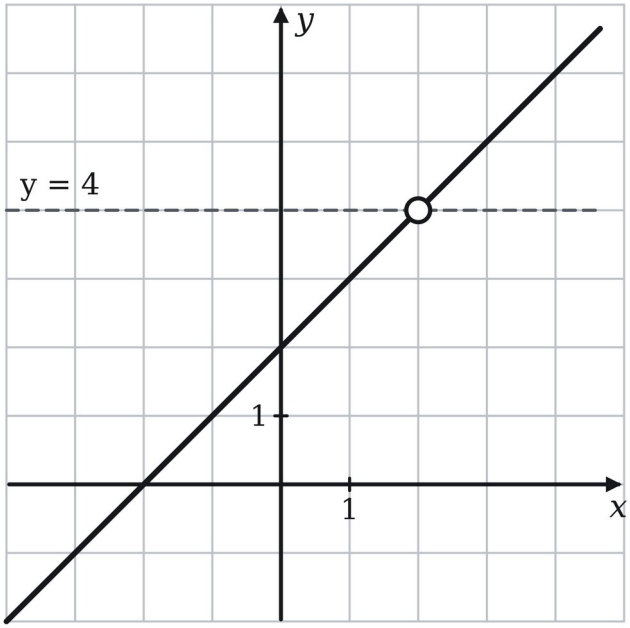
Задача. Постройте график функции $y = (x^2 - 4)/(x - 2)$ и определите, при каком значении c прямая $y = c$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Шаг 1. Область определения: знаменатель не равен нулю, значит $x \neq 2$. Записываем это сразу — потом будет поздно.

Шаг 2. Раскладываем числитель как разность квадратов и сокращаем: $(x - 2)(x + 2)/(x - 2) = x + 2$ при $x \neq 2$.

Шаг 3. График — прямая $y = x + 2$, из которой выколота точка с абсциссой 2. Её ордината: $2 + 2 = 4$. Рисуем прямую по клеточкам и ставим пустой кружок в точке (2; 4).



Шаг 4. Горизонтальная прямая $y = c$ пересекает нашу наклонную прямую всегда ровно в одной точке — кроме единственной высоты, где место встречи выколото. При $c = 4$ общих точек нет.

Ответ: $c = 4$.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Какая точка выколота на графике $y = (x^2 - 9)/(x + 3)$?

2) При каком c прямая $y = c$ имеет с параболой $y = x^2 - 6x + 8$ ровно одну общую точку?

3) При каком c прямая $y = c$ не имеет общих точек с графиком $y = (x^2 - 4)/(x + 2)$?

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/63/

Задание 23. Геометрия с числами

Что хотят. Вычислить длину, угол или площадь в конфигурации посерьёзнее, чем в первой части.

Классическая ловушка. Решать по кривому чертежу. Если на рисунке тупой угол выглядит острым, глаза начнут подсказывать неправильные идеи.

Вредный совет. «Чертёж не нужен — настоящие геометры видят фигуры внутренним взором».

А теперь серьёзно. Большой честный чертёж — половина решения. Не хватает связей — проведите высоту или дополнительный отрезок: дополнительное построение здесь почти всегда и есть ключ.

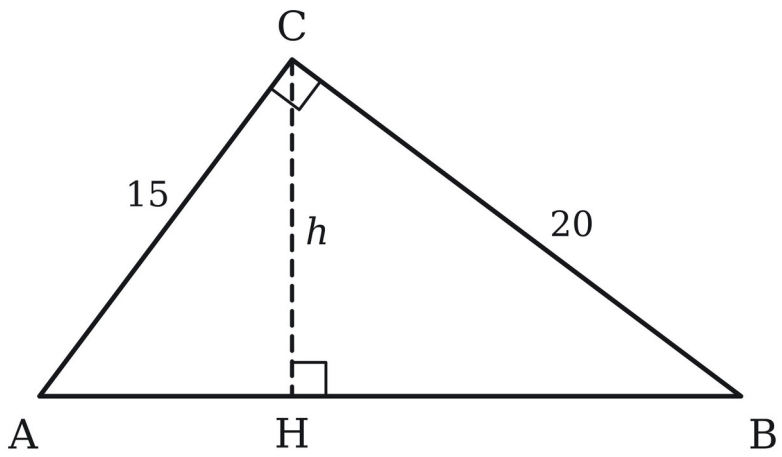
Карта темы

Арсенал вычислительной геометрии:

- большой честный чертёж — если тупой угол нарисован острым, глаза начнут подсказывать неправильные идеи;
- теорема Пифагора — рабочая лошадка задания;
- площадь двумя способами — приравнял два выражения для одной площади и нашёл неизвестное;
- дополнительное построение: высота трапеции помогает выделить прямоугольные треугольники и применить теорему Пифагора;
- подобие — когда фигуры вложены одна в другую, ищи равные углы.

Разбор задачи

Задача. В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой, а катеты AC и BC равны 15 и 20. Найдите высоту, проведённую из C к гипотенузе AB.



Решение.

Шаг 1. Опустим из C перпендикуляр CH к AB. Теперь площадь можно посчитать через эту высоту. Сначала по теореме Пифагора находим основание: AB = √(15² + 20²) = 25.

Шаг 2. Считаем площадь двумя способами. Через катеты: S = 15 · 20 / 2 = 150. Через гипотенузу и высоту к ней: S = 25 · h / 2.

Шаг 3. Рисунок один, площадь одна: 25h/2 = 150. Получаем 25h = 300, значит h = 12. Как и должно быть, высота меньше обоих катетов.

Ответ: 12.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12. Найдите гипотенузу.

2) Катеты равны 6 и 8. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

3) Катеты равны 7 и 24. Найдите площадь треугольника.

Тренажёр: mathexam.space/b/oge26-2/64/

Задание 24. Докажи!

Что хотят. Доказать утверждение: выстроить цепочку рассуждений, где каждое звено на что-то опирается.

Классическая ловушка. Использовать то, что нужно доказать, как аргумент. Это как поклясться самому себе: звучит убедительно только для вас.

Вредный совет. «Пиши „очевидно, что...“ — уверенный тон заменяет доказательство».

А теперь серьёзно. Каждый шаг — со ссылкой: по какому признаку треугольники равны, по какому свойству совпали углы. Цепочка без слабых звеньев — вот что приносит два балла.

Карта темы

Инструменты доказательства:

— три признака равенства треугольников: по двум сторонам и углу между ними; по стороне и двум прилежащим углам; по трём сторонам;

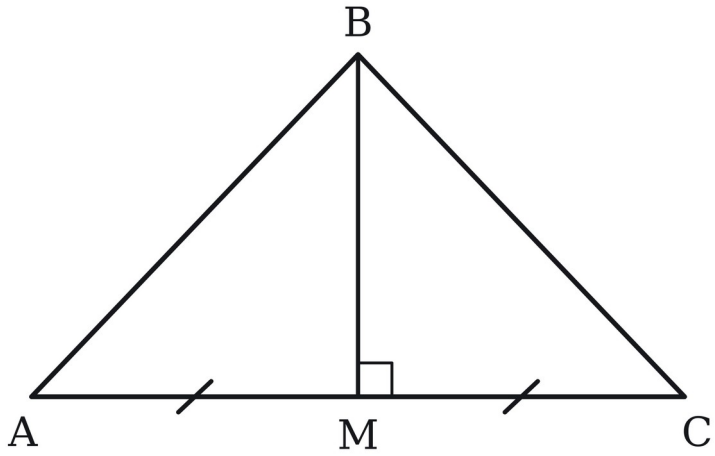
— признаки подобия — когда равенства нет, а форма одна;

— свойства параллелограмма, равнобедренного треугольника, окружности — кирпичи для цепочки;

— формат записи: «утверждение — обоснование». Каждая строка на что-то ссылается: на определение, признак или условие. Строка без ссылки — слабое звено, эксперт найдёт его первым.

Разбор задачи

Задача. В треугольнике ABC медиана BM является его высотой. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.



Доказательство.

Шаг 1. Рассмотрим треугольники ABM и CBM. AM = MC, потому что BM — медиана: по определению она делит сторону AC пополам.

Шаг 2. Сторона BM у треугольников общая.

Шаг 3. Углы AMB и CMB прямые, потому что BM — высота: по определению она перпендикулярна AC.

Шаг 4. Итак, треугольники ABM и CBM прямоугольные с равными катетами (AM = MC и BM общая) — они равны по двум катетам.

Шаг 5. В равных треугольниках соответствующие стороны равны: AB = CB. Значит, у треугольника ABC две равные стороны — он равнобедренный. Что и требовалось доказать. Каждое звено цепочки со ссылкой на определение или признак; слово «очевидно» не понадобилось ни разу.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Даны две стороны и угол между ними. Какой признак равенства треугольников применяем?

2) Даны сторона и два прилежащих к ней угла. Какой признак?

3) Даны три стороны. Какой признак?

Практика доказательства по двум сторонам и углу между ними: mathexam.space/geometry-course/trainers/ch2-p1-t3-proof-sas.html

Задание 25. Геометрическая задача повышенной сложности

Что хотят. Решить сложную геометрическую задачу и подробно обосновать каждый шаг. Это обычно самое трудное геометрическое задание варианта.

Классическая ловушка. Начать экзамен с него и застрять на сорок минут, пока простые баллы скучают без внимания.

Вредный совет. «Начинай с двадцать пятого: разогреешься — остальное покажется семечками».

А теперь серьёзно. Сюда приходят после того, как собраны все баллы попроще. А если решите — имеете полное право рассказывать об этом внукам. С чертежами.

> **Границы разбора.** *Ниже показан один возможный ход решения, а не универсальный шаблон для всех задач № 25. Для уверенного решения нужна последовательная геометрическая подготовка и большой набор задач.*

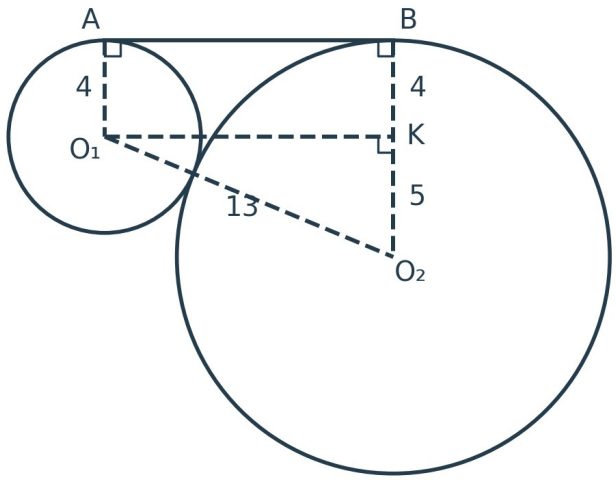
Карта темы

Какие идеи могут понадобиться:

- касательная перпендикулярна радиусу — с этого начинается половина решений;
- линия центров двух касающихся окружностей проходит через точку касания;
- вспомогательный перпендикуляр или прямоугольник — дополнительное построение, превращающее картинку в прямоугольный треугольник;
- вписанные углы и их свойства;
- Пифагоровы тройки 3–4–5, 5–12–13, 8–15–17 часто помогают быстро узнать длины в прямоугольном треугольнике.

Разбор задачи

Задача. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом. Найдите длину их общей внешней касательной — отрезка AB между точками касания.



Решение.

Шаг 1. При внешнем касании расстояние между центрами равно сумме радиусов: $O_1O_2 = 4 + 9 = 13$.

Шаг 2. Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной: $O_1A \perp AB$ и $O_2B \perp AB$. Значит, O_1A и O_2B параллельны друг другу.

Шаг 3. Дополнительное построение — ключ: проведём из O_1 отрезок O_1K, параллельный AB, до пересечения с O_2B. Четырёхугольник O_1ABK — прямоугольник, поэтому $O_1K = AB$ и $KB = O_1A = 4$. Тогда $O_2K = 9 - 4 = 5$.

Шаг 4. Треугольник O_1KO_2 прямоугольный с гипотенузой 13 и катетом 5. По теореме Пифагора: $O_1K^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, то есть $O_1K = 12$.

Шаг 5. $AB = O_1K = 12$. Здесь сработала Пифагорова тройка 5–12–13: гипотенуза 13 и катет 5 дают второй катет 12.

Ответ: 12.

Проверь себя

Ответы — в конце книги, в главе «Ответы». Сначала решите, потом подглядывайте: в тренажёрах подсмотренный ответ не идёт в счёт, тут — на вашей совести.

1) Расстояние от точки до центра окружности радиуса 6 равно 10. Найдите длину касательной из этой точки.

2) Окружности радиусов 3 и 8 касаются внешним образом. Найдите расстояние между центрами.

3) Хорда удалена от центра окружности радиуса 5 на 3. Найдите длину хорды.

Интерактивный чертёж касательной и радиуса:
mathexam.space/geometry-course/atlas/chords-tangent.html

Самостоятельная работа по заданиям 21, 22, 24 и 25

Запишите ход решения целиком. Сверьтесь с решениями после самостоятельной попытки.

21. Совместная работа

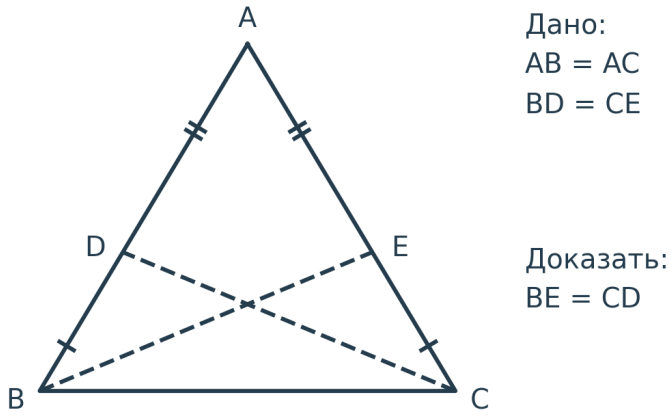
Две бригады вместе выполняют работу за 2 часа. Первой бригаде на ту же работу нужно на 3 часа меньше, чем второй. Сколько часов понадобится первой бригаде для выполнения работы в одиночку?

22. График и точка, которой нет

Постройте график функции $y = (x^3 - x)/(x - 1)$. При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку?

24. Доказательство

В треугольнике ABC стороны AB и AC равны. Точки D и E лежат соответственно на сторонах AB и AC, причём BD = CE. Докажите, что BE = CD. Начните с чертежа: отметьте равные стороны и отрезки, затем проведите BE и CD.



25. Площадь трапеции

В равнобедренную трапецию с основаниями 8 и 18 вписана окружность. Найдите площадь трапеции. Начните с чертежа трапеции и вписанной окружности. Отметьте основания и проведите высоты к большему основанию.

Ответы

Сверяйтесь честно: подсмотренный до решения ответ — как спойлер к сериалу. Всё уже случилось, а удовольствия никакого.

Задания 1–5. Ключи к восьми связанным комплектам:

Дороги по клеткам. 243; 56; 68; 80; 1276
Дороги без клеток. 4625; 21; 15; 55,6; 9,1
Шины. 195; 126,75; 381; 634,5; 2
Печки. 312; 231; 8,28; 16,56; 100
Участки. 7425; 5; 36; 36; 6
Квартиры. 2146; 25; 8; 24,96; 26 000
Тарифы. 3469; 7; 650; 8; 150
Листы. 2431; 8; 1250; 1,41; 2,5

Задание 6. 1) 0,5 2) 0,06 (два знака после запятой, ноль не теряем) 3) а) большее делится на меньшее, НОК = 8; б) взаимно простые, НОК = 45; в) перебор, НОК = 24

Задание 7. 1) −5,09 (оно правее на прямой) 2) 7 и 8 (42 < 47 < 48) 3) 0,7 (2/3 = 0,666…)

Задание 8. 1) 9 (показатели: 5 + (−3) = 2) 2) 8 (под корнем 64) 3) 4 (показатели: 3 · 2 − 4 = 2)

Задание 9. 1) 5 2) 6 (корни 3 и 6) 3) 0 (x(x − 5) = 0, корни 0 и 5; делить на x нельзя — потеряете как раз этот ответ)

Задание 10. 1) 0,5 2) 0,2 3) 0,96 (288/300)

Задание 11. 1) вниз (a = −3 < 0, парабола грустит) 2) растёт (k = 2 > 0) 3) в I и III (k > 0)

Задание 12. 1) 15 2) 18 3) 1,5

Задание 13. 1) x > 4, то есть (4; +∞) 2) [−5; 5] 3) (−∞; −5) ∪ (2; +∞) — два луча, знак «плюс» снаружи корней

Задание 14. 1) 23 (d = 3, шагов шесть) 2) 54 (q = 3) 3) 0 (прогрессии не запрещено дошагать до нуля)

Задание 15. 1) 65 2) 40 3) 80

Задание 16. 1) 72 2) 90° — всегда прямой 3) 90°

Задание 17. 1) 120 (соседние в сумме дают 180°) 2) 10 3) 10

Задание 18. 1) 12 2) 15 3) 0,6

Задание 19. 1) верно 2) верно 3) неверно (контрпример — ромб с углами 60° и 120°)

Задание 20. 1) −2; 0; 2 (вынесли x, разность квадратов; на x не делим — потеряем ноль) 2) ±2; ±3 (замена $t = x^2$: t = 4 и t = 9) 3) 1 и 3 (перенесли, разность квадратов: (x − 1)(3x − 9) = 0; квадраты не раскрывали)

Задание 21. 1) 2 (производительности: 1/6 + 1/3 = 1/2) 2) 13% (чистого вещества 20 + 45 = 65 г в 500 г) 3) 15 км/ч (36/2 − 3)

Задание 22. 1) (−3; −6) (график — прямая y = x − 3 с дыркой) 2) c = −1 (высота вершины: x = 3, y = −1) 3) c = −4 (высота выколотой точки (−2; −4))

Задание 23. 1) 13 2) 4,8 (площадь двумя способами: 6 · 8 / 10) 3) 84

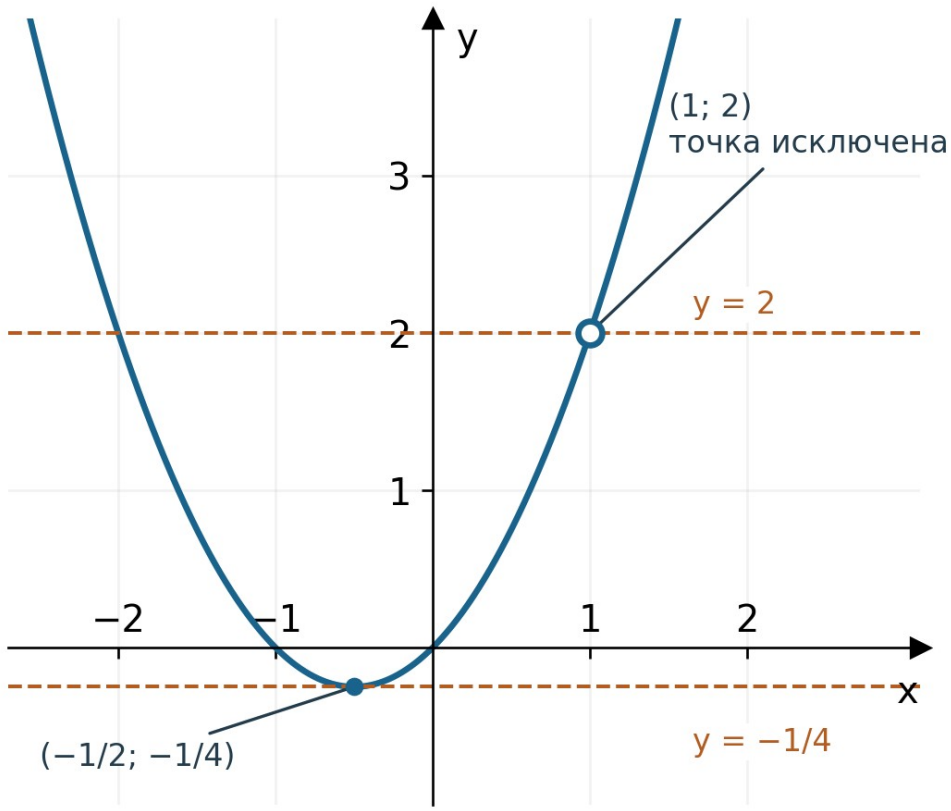
Задание 24. 1) первый 2) второй 3) третий

Задание 25. 1) 8 (Пифагор: √(100 − 36)) 2) 11 3) 8 (половина хорды √(25 − 9) = 4)

Решения самостоятельной работы

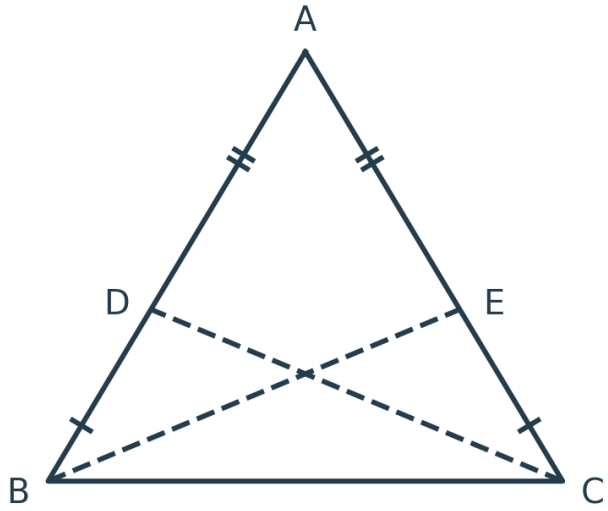
21. Ответ 3 часа
Пусть первой бригаде нужно t часов, где $t > 0$. Второй требуется $t + 3$ часа. За час вместе они выполняют $1/t + 1/(t + 3)$ работы. Это $1/2$, откуда $2(2t + 3) = t(t + 3)$ и $t^2 - t - 6 = 0$. Корни равны 3 и −2. При $t = 3$ проверка даёт $1/3 + 1/6 = 1/2$.

22. Ответ m = −1/4 или m = 2



При $x \neq 1$ сокращаем $x(x-1)(x+1)/(x-1)$: $y = x^2 + x = (x + 1/2)^2 - 1/4$. На чертеже видны вершина $(-1/2; -1/4)$ и выколотая точка $(1; 2)$. Горизонталь $y = -1/4$ касается параболы в вершине — общая точка одна. Горизонталь $y = 2$ проходит через точки $(-2; 2)$ и $(1; 2)$, но вторая исключена — снова остаётся одна. Ниже вершины общих точек нет, на остальных уровнях выше неё — две.

24. Равенство отрезков



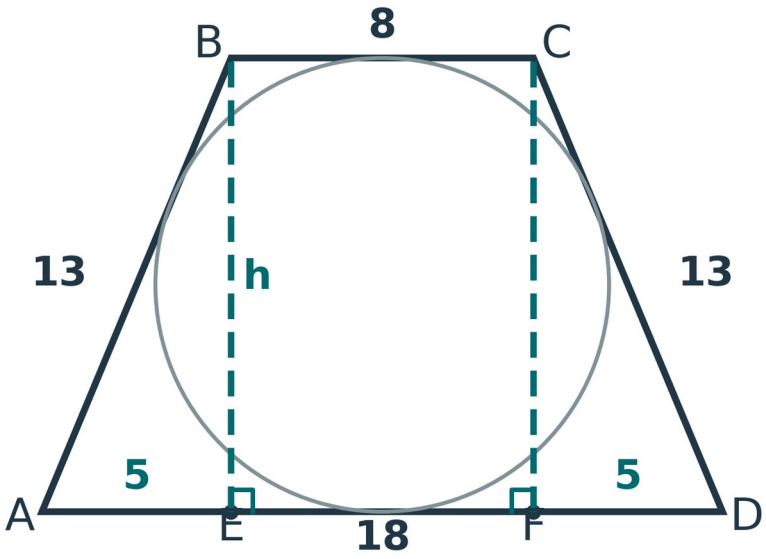
Дано:
AB = AC
BD = CE

Доказать:
BE = CD

Из AB = AC и BD = CE следует AD = AE. Угол между AB и AE равен углу между AC и AD, поскольку это один и тот же угол A. Треугольники ABE и ACD равны по двум сторонам и углу между ними. Значит, соответствующие стороны BE и CD равны.

25. Ответ 156

Обозначим большее основание AD = 18, меньшее — BC = 8. Из равенства отрезков касательных, проведённых из каждой вершины, получаем AB + CD = AD + BC = 26. Боковые стороны равны, значит AB = CD = 13.



Высоты соединяют данные об основаниях с теоремой Пифагора.

Из B и C опустим высоты BE и CF на AD. На рисунке они выделены пунктиром. Четырёхугольник EBCF — прямоугольник, поэтому EF = BC = 8. Краевые прямоугольные треугольники равны по гипотенузе и катету. Значит, AE = FD = (18 − 8) : 2 = 5. Теперь из треугольника ABE находим $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$. Площадь равна (18 + 8) · 12 : 2 = 156.

Словарик паникующего девятиклассника

Каждый термин — в двух переводах: сначала как его понимает народ, потом как он есть на самом деле.

Биссектриса

Крыса, которая бегает по углам и делит их пополам. Классика школьного фольклора.

На самом деле: луч, выходящий из вершины угла и делящий угол на две равные части.

Медиана

Самая справедливая в треугольнике: всем сёстрам — по половине стороны.

На самом деле: отрезок из вершины треугольника к середине противоположной стороны.

Высота

Перфекционистка: встаёт только под прямым углом, иначе отказывается работать.

На самом деле: перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону.

Дискриминант

Судья квадратного уравнения: положительный — два корня, ноль — один, отрицательный — «расходимся, корней нет».

На самом деле: выражение $b^2 - 4ac$; по его знаку определяют количество корней квадратного уравнения.

ОДЗ

Фейс-контроль для икса: на ноль не делим, из отрицательного числа квадратный корень не извлекаем, посторонним вход воспрещён.

На самом деле: область допустимых значений — все значения переменной, при которых выражение имеет смысл.

НОК

Официальное место встречи знаменателей. Все дроби мечтают там побывать.

На самом деле: наименьшее общее кратное — наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из данных натуральных чисел без остатка.

Гипотенуза

Начальница катетов: самая длинная, лежит напротив прямого угла и ни за что не отвечает лично.

На самом деле: сторона прямоугольного треугольника, лежащая напротив прямого угла.

Периметр и площадь

Забор и газон. Забор считаем по краю, газон — внутри. Не путать: соседи засмеют.

На самом деле: периметр — сумма длин всех сторон; площадь — величина части плоскости, занятой фигурой.

Теорема Пифагора

Те самые штаны, которые «во все стороны равны». Пифагор о такой славе не просил.

На самом деле: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Прогрессия

Очередь чисел, живущая строго по расписанию: одни прибавляют, другие умножают, опаздывать нельзя.

На самом деле: последовательность чисел. В арифметической прогрессии каждый следующий член получается прибавлением одного и того же числа; в геометрической — умножением на одно и то же число.

Вредные советы бывалого двоечника

Читать с осторожностью. Применять строго наоборот.

Совет № 1. *Не читай условие целиком — экономь драгоценное время.*
Перевод на полезный: Читайте условие дважды: первый раз — что дано, второй — что спрашивают. Это самые выгодные две минуты экзамена.

Совет № 2. *Никогда не проверяй ответ: первая мысль — от души, а душа не ошибается.*
Перевод на полезный: Подстановка ответа обратно в условие занимает полминуты и регулярно спасает баллы. Душа скажет спасибо.

Совет № 3. *Во второй части пиши мелко и загадочно — эксперт устанет разбираться и поставит баллы из уважения.*
Перевод на полезный: Эксперт ставит баллы за решение, которое видно и понятно. Разборчивая запись — это тоже математика.

Совет № 4. *Начинай с задания 25 — сразу разогреешься.*
Перевод на полезный: Начинайте с простого и собирайте гарантированные баллы. Сложная задача подождёт: к ней лучше вернуться после более доступных номеров.

Совет № 5. *Ночь перед экзаменом — лучшее время выучить всю программу с пятого по девятый класс.*
Перевод на полезный: Накануне — лёгкое повторение и сон. Выспавшийся мозг не теряет минусы, а это дороже любой ночной зубрёжки.

Совет № 6. *Не знаешь ответ — оставь клетку пустой, пусть сохранит интригу.*
Перевод на полезный: В первой части штрафов за неверный ответ нет. Запишите самый разумный вариант: у него есть шанс, у пустоты — нет.

Совет № 7. *Спрячь калькулятор в носок — техника должна быть ближе к телу.*
Перевод на полезный: Не надо. Удаление с экзамена стоит несоизмеримо дороже, чем деление в столбик. Столбик, кстати, бесплатный и всегда с собой.

Бинго подготовки к ОГЭ

Возьмите карандаш и отмечайте клетки, которые с вами уже случались. Соберёте линию — по горизонтали, вертикали или диагонали — получите официальное звание настоящего девятиклассника. Честность приветствуется: это бинго, а не отчёт.

Сказал: «начну готовиться завтра»	Открыл вариант, посмотрел, закрыл	Посчитал на пальцах под партой	Потерял минус — нашёл на проверке
Сложил знаменатели. Мечта!	Перепутал медиану с биссектрисой	Забыл формулу и вывел заново — герой	Правильно решил не ту задачу
Проверил ответ — стало только хуже	Рисовал параболу — получился кот	Сказал «да это легко» и ошибся	Мысленно разделил на ноль
Читал условие три раза, понял с четвёртого	Ответ 100500 почему-то не подошёл	Списал у себя же — с ошибкой	Победил дробь с первого раза

Собрали линию? Звание присвоено. Теперь — в тренажёры: звание надо оправдывать.

Оракул на случай паники

Инструкция: почувствовали, что дроби сильнее вас, — загадайте число от 1 до 12 и прочтите свой пункт. Оракул работает без батареек и не ошибается, потому что все ответы верные.

1. Дискриминант тебя боится.
2. Ты пережил дроби в пятом классе. Ты непобедим.
3. Пифагор в тебя верит. А он кое-что понимал в треугольниках.
4. Каждый решённый прототип — минус один сюрприз на экзамене.
5. Икс найдётся. Он всегда находится.
6. Парабола улыбается тебе ветвями вверх.
7. Твои шансы растут как геометрическая прогрессия со знаменателем больше единицы.
8. Даже самая длинная гипотенуза где-то заканчивается. И экзамен закончится.
9. Ты знаешь, что такое НОК. Ты уже опаснее, чем выглядишь.
10. Внешний угол на твоей стороне: он равен сумме двух твоих сильных сторон.
11. Ноль — и тот важен в записи числа. А ты важнее нуля. Значительно.
12. Один тренажёр в день — и паника уходит в минус. А что происходит со знаками при сложении и умножении, ты теперь не перепутаешь.

Математический гороскоп

Астрология не сдала ОГЭ, но предсказание получить можно. Загадайте число от 1 до 10. Точность — как у прогноза погоды, зато математика внутри настоящая.

1. Звёзды сложились в параболу ветвями вверх: день пойдёт в плюс.
2. Меркурий вошёл в ОДЗ: сегодня все твои значения допустимы.
3. Твой знак на сегодня — знак равенства: к вечеру всё сойдётся.
4. Луна в фазе полуокружности напоминает: угол, опирающийся на диаметр, — прямой.
5. Венера советует проверить знак при переносе. Венера плохого не посоветует.
6. Сатурн со своими кольцами передаёт: касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания. Как всегда.
7. День благоприятен для сокращения дробей и вредных привычек.
8. Юпитер в созвездии Трапеции: средняя линия принесёт среднее арифметическое удачи.
9. Ретроградный минус: подумай дважды — и он станет плюсом.
10. Прогноз: утром — один прототип, днём — уверенность, к вечеру — ясно.

Чек-лист последнего вечера

Вечер накануне экзамена. Карандаш в руку — и по пунктам.

☐ Паспорт лежит у двери. Без него пустят только мою тревогу, а она считает плохо.

☐ Две чёрные гелевые ручки готовы: рабочая и талисман.

☐ Линейка найдена. Обычная, без формул и суперспособностей.

☐ Помню правило переезда через знак равенства: пересёк границу — смени знак.

☐ Помню: умножение неравенства на отрицательное число переворачивает знак. Всегда.

☐ Новых сложных задач после девяти вечера не решаю. Вечер — для повторения лёгкого и приятного.

☐ Будильник заведён с запасом. Завтрак запланирован: голодный мозг норовит делить на ноль.

☐ Ложусь спать вовремя: пусть мозг за ночь сам разложит дроби по полочкам.

Заключение, или Честное признание напоследок

Это пособие не претендует на исчерпывающую полноту. Оно проходит по всем номерам экзамена на обзорном уровне, но не пытается разобрать каждый возможный прототип. Соревноваться с многотомными задачниками по количеству упражнений мы не собираемся: у них — сотни страниц. У нас — крокодил, который открывает пасть к большему числу.

Цель у книги другая: посмотреть на подготовку чуть менее торжественно, чем обычно принято, и понизить градус той самой «надности», которая мешает начать. Когда экзамен обставлен как подвиг, приступать страшно, а откладывать — легко и даже приятно. А со страницы, где дискриминант работает судьёй, а гипотенуза командует катетами, начать заметно проще: смешное не бывает страшным.

Поэтому мерило успеха у этой книги одно, и оно скромное. Если, полистав её, вы открыли тренажёр, решили первую задачу или хотя бы перестали вздрагивать от слова «неравенство» — всё, миссия выполнена. Подготовка началась, а это и было самым трудным шагом. Дальше понадобятся систематическая практика, варианты целиком и более подробные разборы. Эта книга лишь открывает дверь. Заходить — вам.

И последнее. Экзамен — это двадцать пять заданий со своими привычками и ловушками. Книга знакомит с каждым номером, а тренажёры помогают продолжить практику. Чем больше знакомых типов вы встретите до экзамена, тем меньше незнакомцев окажется в аудитории. Икс найдётся. Он всегда находится.

Все тренажёры к этой книге — бесплатные, интерактивные, работают с телефона: mathexam.space/b/oge26-2/52/

Наведите камеру телефона, чтобы открыть курс тренажёров.