# Решения. Вариант 01

**Материалы для проверки.** В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

## Задание 1

В столбце для диска $14$ дюймов наибольшая разрешённая ширина равна $205$ мм.
**Ответ:** 205.

## Задание 2

$H = 175 \cdot 0{,}65 = 113{,}75$ мм.
**Ответ:** $113{,}75$.

## Задание 3

Диаметр диска $13 \cdot 25{,}4 = 330{,}2$ мм.
Высота боковины $185 \cdot 0{,}70 = 129{,}5$ мм.
$D = 330{,}2 + 2 \cdot 129{,}5 = 589{,}2$ мм.
**Ответ:** $589{,}2$.

## Задание 4

Диаметры дисков совпадают, поэтому разность радиусов равна разности высот боковин.
$185 \cdot 0{,}65 - 195 \cdot 0{,}60 = 3{,}25$ мм.
**Ответ:** $3{,}25$.

## Задание 5

Диаметр нового колеса $14 \cdot 25{,}4 + 2 \cdot 185 \cdot 0{,}65 = 596{,}1$ мм.
Длина окружности пропорциональна диаметру.
Увеличение $\dfrac{596{,}1 - 589{,}2}{589{,}2} \cdot 100\% \approx 1{,}2\%$.
**Ответ:** $1{,}2$.

## Задание 6

$6{,}4 \cdot 2{,}7 = 17{,}28$.
**Ответ:** $17{,}28$.

## Задание 7

$\sqrt{77} \approx 8{,}775$. На рисунке этому числу соответствует точка $D$. **Ответ:** 4.

## Задание 8

$30^5 = 3^5 \cdot 10^5$, поэтому выражение равно $3^2 = 9$.
**Ответ:** $9$.

## Задание 9

$3x + 18 - 2x + 12 = 5$; $x + 30 = 5$; $x = -25$.
**Ответ:** $-25$.

## Задание 10

Чёрных ручек $(200 - 34 - 28 - 42) : 2 = 48$. Искомая вероятность $(34 + 48) : 200 = 0{,}41$.
**Ответ:** $0{,}41$.

## Задание 11

График А задаётся формулой $y = 1/x$ (1), график Б — формулой $y = x/2$ (3), график В — формулой $y = -x^2 - 2$ (2). **Ответ:** 132.

## Задание 12

$R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{288}{6^2} = 8$ Ом.
**Ответ:** 8.

## Задание 13

Первое неравенство даёт $x \geq -5$, второе — $x \geq -1{,}1$. Их пересечение: $x \geq -1{,}1$. Это рисунок 2.
**Ответ:** 2.

## Задание 14

Прошло $20 : 5 = 4$ периодов полураспада. Масса равна $320 : 2^4 = 20$ мг.
**Ответ:** 20.

## Задание 15

В треугольнике $AKC$ углы $KAC$ и $ACK$ равны $22°$. Поэтому $\angle A = 44°$, а $\angle B = 180° - 44° - 22° = 114°$.
**Ответ:** 114.

## Задание 16

Сторона квадрата равна диаметру окружности: $a = 2 \cdot 6 = 12$. Площадь $S = 12^2 = 144$.
**Ответ:** 144.

## Задание 17

Эти отрезки являются средними линиями двух треугольников. Больший отрезок равен половине большего основания: $14 : 2 = 7$.
**Ответ:** 7.

## Задание 18

По сетке горизонтальное расстояние между точками равно 4, вертикальное — 3. По теореме Пифагора расстояние равно $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.
**Ответ:** 5.

## Задание 19

Верно утверждение 1 по признаку подобия треугольников. Диагонали ромба равны только у квадрата. Например, тангенс угла $60°$ равен $\sqrt{3} > 1$, поэтому утверждение 3 неверно.
**Ответ:** 1.

## Задание 20

Решите неравенство $x \le \dfrac{16}{x}$.

Область допустимых значений: $x \neq 0$. Переносим правую часть влево: $\dfrac{x^2-16}{x} \le 0$.
Получаем $\dfrac{(x-4)(x+4)}{x} \le 0$. Критические точки: $-4$, 0 и $4$.
На четырёх промежутках слева направо знаки выражения: $-$, $+$, $-$, $+$. Нули числителя включаем, ноль знаменателя исключаем. **Ответ:** $(-\infty;-4]\cup(0;4]$.

## Задание 21

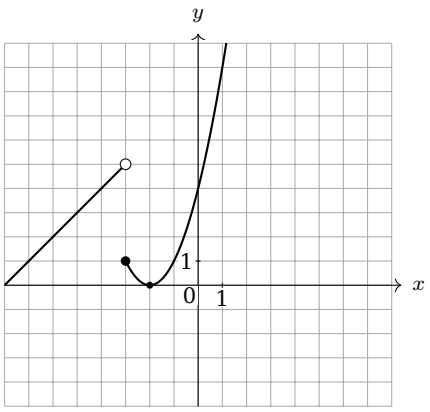
Два велосипедиста одновременно отправились в поездку длиной 180 км. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому первый прибыл на 2 часа раньше. Найдите скорость второго велосипедиста.

Пусть $x > 0$ — скорость второго велосипедиста; скорость первого $x+3$. Время равно расстоянию, делённому на скорость.
$\dfrac{180}{x} - \dfrac{180}{x+3} = 2$. Умножая на $x(x+3) > 0$, получаем $540 = 2x(x+3)$.
$x^2 + 3x - 270 = (x-15)(x+18) = 0$. Корень $-18$ не имеет физического смысла, поэтому $x = 15$.
Проверка: $180/15 = 12$ ч, $180/18 = 10$ ч; разница 2 ч. **Ответ:** 15 км/ч.

## Задание 22

Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2+4x+4, & x \ge -3, \\ x+8, & x < -3. \end{cases}$ Определите все значения $m$, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

При $x \ge -3$ строим часть параболы $y = (x+2)^2$. Её вершина $(-2;0)$, точка $(-3;1)$ включена. При $x < -3$ строим часть прямой $y = x+8$; точка $(-3;5)$ исключена.
Параболическая часть даёт 0 пересечений при $m < 0$, одно при $m = 0$, два при $0 < m \le 1$ и одно при $m > 1$. Линейная часть даёт ещё одно пересечение ровно при $m < 5$.
Поэтому суммарно: при $m < 0$ одна точка, при $m = 0$ две, при $0 < m \le 1$ три, при $1 < m < 5$ две, при $m \ge 5$ одна. **Ответ:** $m = 0$ или $1 < m < 5$.



## Задание 23

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$, биссектрисы углов $A$ и $B$ пересекаются в точке $F$. Известно, что $AF = 8$, $BF = 15$. Найдите боковую сторону $AB$.

Углы при боковой стороне трапеции дополнительны: $\angle A + \angle B = 180^\circ$.
Биссектрисы дают $\angle FAB + \angle FBA = 90^\circ$, поэтому $\angle AFB = 90^\circ$.
В прямоугольном треугольнике $AFB$ получаем $AB = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$.
**Ответ:** $17$.

## Задание 24

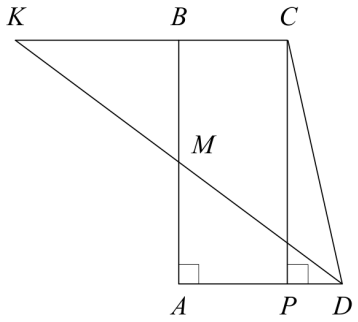
Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Продолжения сторон $AB$ и $CD$ пересекаются в точке $M$. Докажите, что треугольники $MBC$ и $MDA$ подобны.

У треугольников $MBC$ и $MDA$ общий угол при $M$. Точка $M$ лежит вне окружности. Для сторон $AB$ и $CD$ вписанного выпуклого четырёхугольника возможны два расположения точек на секущих.
Первый случай: $M, B, A$ и $M, C, D$. Углы $MBC$ и $ABC$ смежные. Поэтому $\angle MBC = 180^\circ - \angle ABC = \angle CDA$, поскольку противоположные углы вписанного четырёхугольника в сумме дают $180^\circ$. Лучи $DM$ и $DC$ совпадают, значит, $\angle MDA = \angle CDA = \angle MBC$.
Второй случай: $M, A, B$ и $M, D, C$. Тогда лучи $BM$ и $BA$ совпадают, поэтому $\angle MBC = \angle ABC$. Углы $MDA$ и $CDA$ смежные, откуда $\angle MDA = 180^\circ - \angle CDA = \angle ABC = \angle MBC$.
В обоих случаях две пары углов равны, следовательно, $\triangle MBC \sim \triangle MDA$.

## Задание 25

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$ и $AD > BC$, боковые стороны $AB = 20$, $CD = 29$, основание $BC = 4$. Биссектриса угла $ADC$ проходит через середину стороны $AB$. Найдите площадь трапеции.

Пусть $M$ — середина $AB$. Продолжим биссектрису $DM$ до пересечения с прямой $BC$ в точке $K$. Точка $K$ лежит на луче $CB$ за $B$.
Углы $CKD$ и $ADK$ равны при параллельных основаниях, а $ADK$ и $KDC$ равны по свойству биссектрисы. Поэтому треугольник $KCD$ равнобедренный и $KC = CD$.
Треугольники $AMD$ и $BMK$ равны по стороне и двум прилежащим углам: $AM = BM$, углы при $M$ вертикальные, остальные равны при параллельных основаниях. Значит, $AD = BK$.
$AD = BK = KC - BC = 29 - 4 = 25$.
Проведём $CP \parallel AB$, где $P \in AD$. Четырёхугольник $ABCP$ — параллелограмм, поэтому $CP = AB = 20$, $AP = BC = 4$ и $PD = AD - AP = 21$.
В треугольнике $CPD$ выполняется $20^2 + 21^2 = 29^2$, поэтому угол $CPD$ прямой. Высота трапеции равна $CP = 20$.
Площадь трапеции $S = \dfrac{25 + 4}{2} \cdot 20 = 290$.




**Ответ:** 290.