Решения. Вариант 04

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Коридор — 2, кладовая — 3, спальня — 4, гостиная — 6. **Ответ:** 2346.

Задание 2

Коридор занимает $24 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 125$ клеток.
Его площадь $125 \cdot 0{,}4^2 = 20$ м^2. Одна доска занимает $0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ м^2.
Требуется 250 досок. Число упаковок без округления: $250 : 10 = 25$. Покупают целые упаковки, поэтому нужно 25.
Ответ: 25.

Задание 3

Кладовая занимает $4 \cdot 5 = 20$ клеток.
Площадь $20 \cdot 0{,}4^2 = 3{,}2$ м^2.
Ответ: $3{,}2$.

Задание 4

Кухня занимает $10 \cdot 9 = 90$ клеток, санузел — $5 \cdot 6 = 30$ клеток.
Увеличение относительно санузла: $\dfrac{90 - 30}{30} \cdot 100\% = 200\%$.
Ответ: 200.

Задание 5

Тариф «600»: $620 + (1200 - 600) \cdot 2 = 1820$ руб.
Тариф «1000»: $840 + (1200 - 1000) \cdot 1{,}5 = 1140$ руб.
Безлимитный тариф стоит 1050 руб. Минимум — 1050 руб.
Ответ: 1050.

Задание 6

$5{,}8 + 8{,}7 = 14{,}5$.
Ответ: $14{,}5$.

Задание 7

$\dfrac{58}{7} \approx 8{,}29$. На координатной прямой этому числу соответствует точка C. **Ответ:** 3.

Задание 8

$a^{17} \cdot a^{-6} : a^9 = a^{17-6-9} = a^2 = 16$.
Ответ: 16.

Задание 9

$x + 7 = -0{,}8$, поэтому $x = -7{,}8$.
Ответ: $-7{,}8$.

Задание 10

Чашек с синими цветами $20 - 13 = 7$. Вероятность равна $\dfrac{7}{20} = 0{,}35$.
Ответ: $0{,}35$.

Задание 11

Знак k определяется тем, возрастает или убывает прямая, а знак b — положением её пересечения с осью y.
Ответ: 231.

Задание 12

$C = 6500 + 4200 \cdot 8 = 40100$ руб.
Ответ: 40100.

Задание 13

Получаем $x \le -3{,}6$ и $x \ge -4$. Решение: $[-4; -3{,}6]$.
Ответ: 3.

Задание 14

До 9-го ряда число мест увеличилось 8 раз. Получаем $21 + 4 \cdot (9 - 1) = 53$.
Ответ: 53.

Задание 15

MN — средняя линия, параллельная AC. Поэтому $MN = AC : 2 = 36 : 2 = 18$.
Ответ: 18.

Задание 16

Вписанный угол ACB и центральный угол AOB опираются на одну дугу. Поэтому $\angle ACB = 82^\circ : 2 = 41^\circ$.
Ответ: 41.

Задание 17

Сторона квадрата равна $2 \cdot 12 = 24$. Площадь равна $24^2 = 576$.
Ответ: 576.

Задание 18

Катеты по клеткам равны 5 и 7. Больший катет равен 7.
Ответ: 7.

Задание 19

Верно первое утверждение: $S = a^2$. Диагональ трапеции с неравными основаниями не делит её на равные треугольники. Равенства только двух сторон недостаточно для равенства треугольников. **Ответ:** 1.

Задание 20

Решите уравнение $x(x^2 + 4x + 4) = 8(x + 2)$.

В левой части выражение в скобках равно $(x + 2)^2$. Переносим всё влево и выносим общий множитель: $(x + 2)(x(x + 2) - 8) = 0$.
Получаем $(x + 2)(x^2 + 2x - 8) = 0$. Квадратный множитель раскладывается как $(x - 2)(x + 4)$.
Таким образом, корни: $-4, -2, 2$. Деления на $x + 2$ не выполняли, поэтому этот корень сохранён.
Ответ: $-4;\ -2;\ 2$.

Задание 21

Поезд движется равномерно со скоростью 68 км/ч. По платформе навстречу ему идёт пешеход со скоростью 4 км/ч. Поезд проходит мимо пешехода за 28 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Скорость поезда относительно пешехода равна сумме скоростей: $68 + 4 = 72$ км/ч.

Переведём её в метры в секунду: $(72) \cdot \dfrac{1000}{3600} = 20$ м/с.

Чтобы весь поезд прошёл мимо пешехода, его начало должно переместиться относительно пешехода на длину поезда. Поэтому $L = 20 \cdot 28 = 560$ м.

Ответ: 560.

Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x^2+4)(x-3)}{3-x}$. Определите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

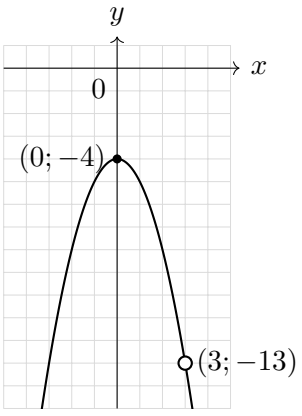
Область определения: $x \neq 3$. Поскольку $x-3 = -(3-x)$, функция равна $y = -x^2-4$ при $x \neq 3$. Строим параболу с вершиной $(0;-4)$ и выколотой точкой $(3;-13)$.

Пересечения с $y = kx$ задаются уравнением $x^2 + kx + 4 = 0$ при $x \neq 3$. Дискриминант $D = k^2 - 16$.

При $D < 0$ точек нет. При $D = 0$ получаем $k = \pm 4$; единственный корень равен $-k/2 = \mp 2$ и не совпадает с 3. Оба значения подходят.

При $D > 0$ два различных корня. Одна точка исчезает только тогда, когда один из корней равен 3: $9+3k+4 = 0$, откуда $k = -\dfrac{13}{3}$. Второй корень по теореме Виета равен $\dfrac{4}{3}$ и допустим.

Ответ: $k = -\dfrac{13}{3};\ -4;\ 4$.



Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 10$, $AC = 30$, $NC = 24$.

Из $MN \parallel AC$ следует равенство соответствующих углов, поэтому $\triangle BMN \sim \triangle BAC$.

Обозначим $BN = x$, тогда $BC = x + 24$. Из подобия $\dfrac{x}{x+24} = \dfrac{10}{30}$.

Получаем $30x = 10(x+24)$, откуда $20x = 240$ и $x = 12$. **Ответ:** 12.

Задание 24

Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Пусть основания трапеции AD и BC равны a и b, а высота равна h. Так как K — середина боковой стороны, расстояния от K до прямых AD и BC равны $h/2$ (это следует из подобия прямоугольных треугольников при проведении перпендикуляров к основаниям).
Поэтому $S_{KAD} = ah/4$, $S_{KBC} = bh/4$. Их сумма равна $(a+b)h/4$, то есть половине площади трапеции $(a+b)h/2$.
Треугольники KAD, KBC и KAB составляют всю трапецию и не перекрываются внутренними областями. Следовательно, на KAB приходится вторая половина площади трапеции.

Задание 25

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 6$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 2.

Точка K лежит на биссектрисе угла A, поэтому её расстояния до прямых AB и AD равны. Следовательно, расстояние от K до AD равно 2.
Точка K лежит на биссектрисе угла B, поэтому её расстояния до прямых BA и BC также равны. Расстояние от K до BC равно 2.
Параллельные прямые AD и BC равноудалены от K. Значит, K находится посередине между ними, а расстояние между этими прямыми равно $2 + 2 = 4$.
Это высота параллелограмма к основанию BC. Площадь $S = BC \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$.
Ответ: 24.