Решения. Вариант 05

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Васильково — 4, Камышино — 3, Журавушка — 1, Иваново — 2. **Ответ:** 132.

Задание 2

До поворота 5 клеток, после поворота 12 клеток.
Длина пути $(5+12)\cdot 1=17$ км.
Ответ: 17.

Задание 3

Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12 км.
По теореме Пифагора расстояние $\sqrt{5^2+12^2}=13$ км.
Ответ: 13.

Задание 4

От Василькова до Камышина 11 км, от Камышина до Иванова 13 км.
Время в минутах: $\dfrac{11}{22}\cdot 60+\dfrac{13}{13}\cdot 60=30+60=90$.
Ответ: 90.

Задание 5

Васильково: $4\cdot 32+1\cdot 300+2\cdot 440=1308$ руб.
Иваново: $4\cdot 30+1\cdot 320+2\cdot 420=1280$ руб.
Камышино: $4\cdot 35+1\cdot 310+2\cdot 430=1310$ руб.
Журавушка: $4\cdot 31+1\cdot 290+2\cdot 450=1314$ руб.
Наименьшая стоимость — 1280 руб.
Ответ: 1280.

Задание 6

$8{,}7-3{,}4=5{,}3$.
Ответ: $5{,}3$.

Задание 7

$\sqrt{40}\approx 6{,}32$, $\sqrt{46}\approx 6{,}78$, $\sqrt{53}\approx 7{,}28$, $\sqrt{58}\approx 7{,}62$. Положению точки A соответствует $\sqrt{46}$. **Ответ:** 2.

Задание 8

Выражение равно $a^{11+7-14}=a^4=2^4=16$.
Ответ: 16.

Задание 9

$-7x=14$, поэтому $x=-2$.
Ответ: -2.

Задание 10

Искомая вероятность равна $1-0{,}12=0{,}88$.
Ответ: $0{,}88$.

Задание 11

Убывающие прямые имеют $k<0$, возрастающая — $k>0$. Знак b определяем по точке пересечения с осью y.
Ответ: 213.

Задание 12

$R=\dfrac{\alpha}{\omega^2}=\dfrac{12}{4^2}=0{,}75$ м.
Ответ: $0{,}75$.

Задание 13

$|x|>5$, поэтому $x<-5$ или $x>5$. **Ответ:** 1.

Задание 14

В последнем ряду $17+(12-1)\cdot 3=50$ мест. Сумма равна $\dfrac{17+50}{2}\cdot 12=402$.
Ответ: 402.

Задание 15

По теореме Пифагора гипотенуза равна $\sqrt{9^2+12^2}=15$.
Ответ: 15.

Задание 16

Углы DBC и DAC опираются на одну дугу DC, поэтому $\angle DBC=48^\circ$. Значит, $\angle ABC=34^\circ+48^\circ=82^\circ$.
Ответ: 82.

Задание 17

Основание равно $6+9=15$, высота равна 8. Площадь $S=15\cdot 8=120$.
Ответ: 120.

Задание 18

По клеткам $AC=8$. Средняя линия равна половине AC, то есть 4.
Ответ: 4.

Задание 19

Первое утверждение верно: ромб является параллелограммом. Второе неверно: трапеция может быть неравнобедренной. Если бы все углы треугольника были больше 60°, их сумма превысила бы 180°, поэтому третье утверждение верно. **Ответ:** 13.

Задание 20

Найдите значение выражения $27a-9b+19$, если $\dfrac{3a-6b+4}{6a-3b+4}=5$.

Знаменатель $6a-3b+4$ не равен нулю. Умножим равенство на знаменатель: $3a-6b+4=5(6a-3b+4)$.
После раскрытия скобок и переноса слагаемых получаем $27a-9b+16=0$, то есть $27a-9b=-16$.
Искомое выражение равно $-16+19=3$.
Ответ: 3.

Задание 21

Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Первый сделал в пути остановку на 30 минут, после чего продолжил движение до встречи со вторым. Расстояние между городами 174 км. Скорость первого велосипедиста 12 км/ч, второго — 24 км/ч. Найдите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

Пусть до встречи прошло t часов. Первый велосипедист двигался $t-\dfrac{1}{2}$ часов, второй — t часов.

Сумма пройденных расстояний равна расстоянию между городами: $12(t-\dfrac{1}{2})+24t=174$.

Отсюда $36t=180$, $t=5$. Второй велосипедист проехал $24\cdot 5=120$ км.

Время движения первого положительно: $5-\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{2}$ ч. Сумма путей равна 174 км.

Ответ: 120.

Задание 22

Постройте график функции $y=x^2+10x-4|x+6|+24$. Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

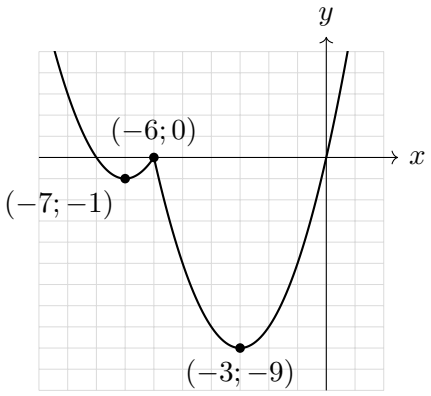
Для исследования положим $t=x+6$. Тогда $y=t^2-2t-4|t|$. При $t<0$ получаем $y=t^2+2t$, при $t\geq 0$ — $y=t^2-6t$.

Левая часть имеет вершину при $t=-1$, её минимальное значение -1. Правая часть имеет вершину при $t=3$, её минимум -9. Обе части встречаются в точке $(x;y)=(-6;0)$.

При $m<-9$ пересечений нет; при $m=-9$ одно; при $-9<m<-1$ два; при $m=-1$ три (вершина левой части и две точки правой).

При $-1<m<0$ пересечений четыре. При $m=0$ они соответствуют $t=-2$, $t=0$, $t=6$, то есть трём разным точкам. При $m>0$ остаётся по одной точке на каждой внешней ветви, всего две.

Ответ: $m=-1$ или $m=0$.



Задание 23

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 7, а одна из диагоналей ромба равна 28. Найдите углы ромба.

Обозначим точку пересечения диагоналей через O, известную диагональ — через AC. Тогда $AO = AC/2 = 14$. Опустим $OT \perp AB$; по условию $OT = 7$.
В прямоугольном треугольнике AOT катет OT равен половине гипотенузы AO. Следовательно, $\angle OAT = 30^\circ$.
Диагональ ромба делит его угол пополам, поэтому $\angle A = 60^\circ$. Противоположный угол C также равен 60°, соседние углы B и D равны 120°.
Ответ: $60^\circ;\ 120^\circ$.

Задание 24

В треугольнике ABC угол ACB тупой. Проведены высоты AA_1 и BB_1.
Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

При тупом угле C основания высот лежат на продолжениях сторон за точку C: A_1 — на продолжении BC, B_1 — на продолжении AC.
Прямоугольные треугольники CAA_1 и CBB_1 подобны: их углы при C равны $180^\circ - \angle ACB$. Из подобия следует $CA_1/CB_1 = CA/CB$.
Угол A_1CB_1 равен углу ACB, поскольку образован продолжениями обеих его сторон. Значит, треугольники A_1CB_1 и ACB имеют пропорциональные стороны при равных углах между ними и подобны.

Задание 25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 10$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 105^\circ$.

Так как $MA = MB = MC = MD$, все вершины лежат на окружности с центром M, а AD — её диаметр. По выпуклости вершины B и C находятся на одной полуокружности между A и D.
Вписанный четырёхугольник даёт $\angle A = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ и $\angle D = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.
Треугольник AMB равнобедренный, поэтому $\angle ABM = \angle BAM = 75^\circ$. Аналогично в треугольнике CMD угол $MCD = 60^\circ$.
Отсюда $\angle MBC = 120^\circ - 75^\circ = 45^\circ$, $\angle BCM = 105^\circ - 60^\circ = 45^\circ$ и $\angle BMC = 90^\circ$.
В прямоугольном равнобедренном треугольнике BMC получаем $BC = MB\sqrt{2}$.
Тогда $AD = 2MB = BC\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$.
Ответ: $10\sqrt{2}$.