Решения. Вариант 06

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

В столбце для диска 15 дюймов наибольшая разрешённая ширина равна 215 мм.
Ответ: 215.

Задание 2

$H = 185 \cdot 0{,}65 = 120{,}25$ мм.
Ответ: $120{,}25$.

Задание 3

Диаметр диска $14 \cdot 25{,}4 = 355{,}6$ мм.
Высота боковины $195 \cdot 0{,}70 = 136{,}5$ мм.
$D = 355{,}6 + 2 \cdot 136{,}5 = 628{,}6$ мм.
Ответ: $628{,}6$.

Задание 4

Диаметры дисков совпадают, поэтому разность радиусов равна разности высот боковин.
$195 \cdot 0{,}65 - 205 \cdot 0{,}60 = 3{,}75$ мм.
Ответ: $3{,}75$.

Задание 5

Диаметр нового колеса $15 \cdot 25{,}4 + 2 \cdot 195 \cdot 0{,}65 = 634{,}5$ мм.
Длина окружности пропорциональна диаметру.
Увеличение $\dfrac{634{,}5 - 628{,}6}{628{,}6} \cdot 100\% \approx 0{,}9\%$.
Ответ: $0{,}9$.

Задание 6

$4{,}8 \cdot 3{,}6 = 17{,}28$.
Ответ: $17{,}28$.

Задание 7

$\sqrt{77} \approx 8{,}775$. На рисунке этому числу соответствует точка D. **Ответ:** 4.

Задание 8

$60^4 = 6^4 \cdot 10^4$, поэтому выражение равно $6^2 = 36$.
Ответ: 36.

Задание 9

$3x + 21 - 2x + 14 = 9$; $x + 35 = 9$; $x = -26$.
Ответ: -26.

Задание 10

Чёрных ручек $(200 - 32 - 36 - 44) : 2 = 44$. Искомая вероятность $(32 + 44) : 200 = 0{,}38$.
Ответ: $0{,}38$.

Задание 11

График А задаётся формулой $y = 1/x$ (1), график Б — формулой $y = x/2$ (3), график В — формулой $y = -x^2 - 2$ (2). **Ответ:** 132.

Задание 12

$R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{121}{5{,}5^2} = 4$ Ом.
Ответ: 4.

Задание 13

Первое неравенство даёт $x \geq -5$, второе — $x \geq -1{,}1$. Их пересечение: $x \geq -1{,}1$. Это рисунок 2.
Ответ: 2.

Задание 14

Прошло $18 : 6 = 3$ периодов полураспада. Масса равна $240 : 2^3 = 30$ мг.
Ответ: 30.

Задание 15

В треугольнике AKC углы KAC и ACK равны $28°$. Поэтому $\angle A = 56°$, а $\angle B = 180° - 56° - 28° = 96°$.
Ответ: 96.

Задание 16

Сторона квадрата равна диаметру окружности: $a = 2 \cdot 8 = 16$. Площадь $S = 16^2 = 256$.
Ответ: 256.

Задание 17

Эти отрезки являются средними линиями двух треугольников. Больший отрезок равен половине большего основания: $17 : 2 = 8{,}5$.
Ответ: $8{,}5$.

Задание 18

По сетке горизонтальное расстояние между точками равно 4, вертикальное — 3. По теореме Пифагора расстояние равно $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.
Ответ: 5.

Задание 19

Верно утверждение 1 по признаку подобия треугольников. Диагонали ромба равны только у квадрата. Например, тангенс угла $60°$ равен $\sqrt{3} > 1$, поэтому утверждение 3 неверно.
Ответ: 1.

Задание 20

Решите неравенство $x \le \dfrac{25}{x}$.

Область допустимых значений: $x \neq 0$. Переносим правую часть влево: $\dfrac{x^2-25}{x} \le 0$.
Получаем $\dfrac{(x-5)(x+5)}{x} \le 0$. Критические точки: -5, 0 и 5.
На четырёх промежутках слева направо знаки выражения: $-$, $+$, $-$, $+$. Нули числителя включаем, ноль знаменателя исключаем. **Ответ:** $(-\infty;-5]\cup(0;5]$.

Задание 21

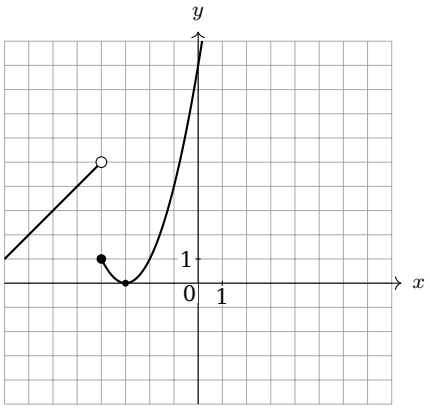
Два велосипедиста проехали по одному маршруту 240 км. Скорость первого на 4 км/ч больше скорости второго, а время движения на 2 часа меньше. Найдите скорость второго велосипедиста.

Пусть $x>0$ — скорость второго. $\dfrac{240}{x}-\dfrac{240}{x+4}=2$.
$960=2x(x+4)$, или $x^2+4x-480=(x-20)(x+24)=0$.
Подходит $x=20$. Проверка: $240/20-240/24=12-10=2$ ч. **Ответ:** 20 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases} x^2+6x+9, & x\ge -4,\\ x+9, & x<-4. \end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

При $x\ge -4$ строим часть параболы $y=(x+3)^2$. Её вершина $(-3;0)$, точка $(-4;1)$ включена. При $x<-4$ строим часть прямой $y=x+9$; точка $(-4;5)$ исключена.
Параболическая часть даёт 0 пересечений при $m<0$, одно при $m=0$, два при $0<m\le 1$ и одно при $m>1$. Линейная часть даёт ещё одно пересечение ровно при $m<5$.
Поэтому суммарно: при $m<0$ одна точка, при $m=0$ две, при $0<m\le 1$ три, при $1<m<5$ две, при $m\ge 5$ одна. **Ответ:** $m=0$ или $1<m<5$.



Задание 23

Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$, где $AD\parallel BC$, пересекаются в точке F. Длины $AF=7$, $BF=24$. Найдите AB.

$\angle A+\angle B=180^\circ$. Поэтому в треугольнике ABF сумма углов при A и B равна 90°, а угол при F прямой.
$AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=\sqrt{7^2+24^2}=25$.
Ответ: 25.

Задание 24

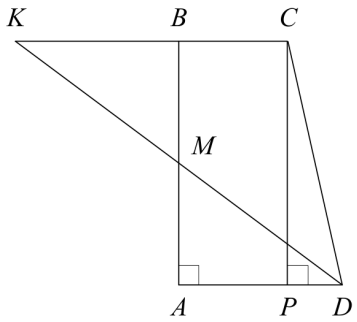
Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Продолжения сторон AB и CD пересекаются в точке M. Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

У треугольников MBC и MDA общий угол при M. Точка M лежит вне окружности. Для сторон AB и CD вписанного выпуклого четырёхугольника возможны два расположения точек на секущих.
Первый случай: M, B, A и M, C, D. Углы MBC и ABC смежные. Поэтому $\angle MBC = 180^\circ - \angle ABC = \angle CDA$, поскольку противоположные углы вписанного четырёхугольника в сумме дают 180°. Лучи DM и DC совпадают, значит, $\angle MDA = \angle CDA = \angle MBC$.
Второй случай: M, A, B и M, D, C. Тогда лучи BM и BA совпадают, поэтому $\angle MBC = \angle ABC$. Углы MDA и CDA смежные, откуда $\angle MDA = 180^\circ - \angle CDA = \angle ABC = \angle MBC$.
В обоих случаях две пары углов равны, следовательно, $\triangle MBC \sim \triangle MDA$.

Задание 25

В трапеции $ABCD$ боковые стороны $AB = 12$, $CD = 20$, а основание $BC = 2$. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Обозначим середину AB через M. Продолжим DM до пересечения с прямой BC в точке K. Точка K лежит за B, на луче CB.
Углы CKD и ADK равны при параллельных основаниях; углы ADK и KDC равны по свойству биссектрисы. Поэтому $KC = CD = 20$, а $BK = 20 - 2 = 18$.
Треугольники AMD и BMK равны по стороне и двум прилежащим углам: $AM = BM$, углы при M вертикальные, углы при A и B равны при параллельных основаниях. Отсюда $AD = BK = 18$.
Проведём $CP \parallel AB$, $P \in AD$. Тогда $AP = BC = 2$, $CP = AB = 12$, $PD = 18 - 2 = 16$.
В треугольнике CPD имеем $12^2 + 16^2 = 20^2$. По обратной теореме Пифагора $CP \perp AD$, то есть высота трапеции равна 12. Площадь $S = (18 + 2) \cdot 12/2 = 120$.



Ответ: 120.