Решения. Вариант 07

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

жилой дом — 3, сарай — 4, баня — 6, теплица — 1. **Ответ:** 3461.

Задание 2

Две вертикальные дорожки имеют площади 10 и 6 м^2, горизонтальная — 12 м^2. Два пересечения по 1 м^2 посчитаны дважды.
Площадь дорожек: $10+6+12-2=26$ м^2. Вместе с площадкой: $26+64=90$ м^2, то есть 90 плиток.
В одной упаковке 3 плитки, поэтому нужно 30 упаковок.
Ответ: 30.

Задание 3

Дом занимает прямоугольник размером 5×4 клетки без выреза 3×1 клетку.
Одна клетка соответствует 4 м^2. Площадь $(5\cdot4-3\cdot1)\cdot4=68$ м^2.
Ответ: 68.

Задание 4

Ближайшие точки — верхний правый угол гаража и нижний левый угол дома.
Между ними по горизонтали $4\cdot2=8$ м, по вертикали $3\cdot2=6$ м.
Расстояние $\sqrt{8^2+6^2}=10$ м.
Ответ: 10.

Задание 5

Разница начальных затрат: $(29000+22100)-(21000+14000)=16100$ руб.
Газ за час: $1{,}2\cdot10=12$ руб.; электричество: $7\cdot5=35$ руб.
Экономия за час 23 руб. Срок: $16100:23=700$ ч.
Ответ: 700.

Задание 6

$\dfrac{1}{4}+\dfrac{33}{20}=1{,}9$.
Ответ: $1{,}9$.

Задание 7

Числа в порядке возрастания: $0{,}0137<0{,}021<0{,}03<0{,}103$. Числу $0{,}03$ соответствует точка C. **Ответ:** 3.

Задание 8

$\sqrt{8^4}=\sqrt{(8^2)^2}=8^2=64$.
Ответ: 64.

Задание 9

$7x(x-6)=0$. Корни: 0 и 6. Меньший корень равен 0.
Ответ: 0.

Задание 10

Всего 20 спортсменов, из России — 9. Вероятность равна $9 : 20 = 0{,}45$.
Ответ: $0{,}45$.

Задание 11

Ветви вверх означают $a > 0$, ветви вниз — $a < 0$. Знак c определяем по положению пересечения графика с осью y. Условиям А, Б, В отвечают графики 3, 2, 1. **Ответ:** 321.

Задание 12

$t_F = 1{,}8 \cdot (-25) + 32 = -13$.
Ответ: -13.

Задание 13

Нули множителей: -6 и 1. Произведение отрицательно между корнями: $-6 < x < 1$. **Ответ:** 4.

Задание 14

За 7 минут температура уменьшилась на $6 \cdot 7 = 42$ градусов. Получаем $-8 - 42 = -50$.
Ответ: -50.

Задание 15

Биссектриса делит угол пополам: $\angle BAD = 44^\circ : 2 = 22^\circ$.
Ответ: 22.

Задание 16

AB — диаметр, поэтому $\angle ACB = 90^\circ$ и $AB = 34$. По теореме Пифагора $AC = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$.
Ответ: 30.

Задание 17

Средняя линия равна полусумме оснований: $(5 + 13) : 2 = 9$.
Ответ: 9.

Задание 18

На сетке основание параллелограмма равно 5, высота равна 4. Площадь $S = 5 \cdot 4 = 20$.
Ответ: 20.

Задание 19

Утверждение 1 верно по определению окружности. Утверждение 2 неверно: для площади нужна полусумма оснований. Утверждение 3 верно: сумма двух меньших сторон меньше третьей. **Ответ:** 13.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+5) - 4(x+5) = 0$.

Вынесем общий множитель и разложим разность квадратов: $(x+5)(x-2)(x+2) = 0$.

Произведение равно нулю, если хотя бы один множитель равен нулю. **Ответ:** $-5, -2, 2$.

Задание 21

Первые 280 км автомобиль ехал со скоростью 70 км/ч, следующие 150 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 110 км — со скоростью 55 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всём пути.

Время на трёх участках: $280/70 = 4$ ч, $150/50 = 3$ ч и $110/55 = 2$ ч.

Весь путь равен $280 + 150 + 110 = 540$ км, всё время — $4 + 3 + 2 = 9$ ч.

Средняя скорость равна отношению всего пути ко всему времени: $v_{\text{ср}} = \dfrac{540}{9} = 60$ км/ч.

Ответ: 60.

Задание 22

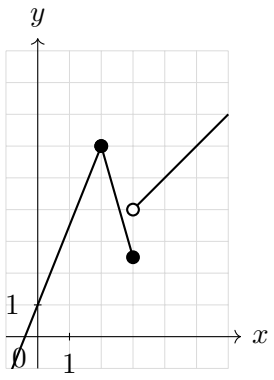
Постройте график функции $y = \begin{cases} \dfrac{5x}{2} + 1, & x < 2, \\ 13 - \dfrac{7x}{2}, & 2 \le x \le 3, \\ x + 1, & x > 3. \end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Строим три части прямых на указанных промежутках. У первого луча точка $(2; 6)$ выколота; у среднего отрезка точки $(2; 6)$ и $(3; \dfrac{5}{2})$ включены; у последнего луча точка $(3; 4)$ выколота.

Первый луч даёт одно пересечение при $m < 6$. Средний отрезок — при $\dfrac{5}{2} \le m \le 6$. Правый луч — при $m > 4$.

При $m < \dfrac{5}{2}$ точка одна; при $\dfrac{5}{2} \le m \le 4$ их две; при $4 < m < 6$ их три; при $m = 6$ их две; при $m > 6$ точка одна.

Ответ: $\dfrac{5}{2} \le m \le 4$ или $m = 6$.



Задание 23

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 8$, $CK = 17$.

Так как $AD \parallel BC$, угол AKB равен углу KAD. По свойству биссектрисы $\angle BAK = \angle KAD$, поэтому $\angle BAK = \angle AKB$.
Треугольник ABK равнобедренный, откуда $AB = BK = 8$. Сторона $BC = BK + CK = 25$.
Периметр $P = 2(AB + BC) = 2(8 + 25) = 66$.
Ответ: 66.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что $\angle CC_1B_1 = \angle CBB_1$.

Высоты дают прямые углы BB_1C и BC_1C. Поэтому точки B_1 и C_1 лежат на окружности с диаметром BC.
На этой окружности углы CC_1B_1 и CBB_1 — вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу CB_1. Следовательно, они равны.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 18$, $MD = 12$, а H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Точка D лежит на стороне BC. Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD — высота к гипотенузе. Из подобия треугольников BMD и MCD следует $BD \cdot DC = MD^2 = 144$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку стороны этих углов соответственно перпендикулярны. Следовательно, $\triangle BDH \sim \triangle ADC$.
Из подобия $DH/DC = BD/AD$, поэтому $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{144}{18} = 8$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $H \in AD$. Поэтому $AH = AD - DH = 18 - 8 = 10$.
Ответ: 10.