Решения. Вариант 08

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

яблони — 5, теплица — 1, жилой дом — 3, баня — 6. **Ответ:** 5136.

Задание 2

Вертикальные дорожки занимают 10 и 6 м^2, горизонтальная — 12 м^2. Вычитаем два пересечения по 1 м^2.
Нужно $10+6+12-2=26$ плиток.
$26:2=13$. Требуется 13 целых упаковок.
Ответ: 13.

Задание 3

Огород занимает $7\cdot 3=21$ клетку, теплица — $3\cdot 1=3$ клетки.
Открытая часть занимает $(21-3)\cdot 2^2=72$ м^2.
Ответ: 72.

Задание 4

Ближайшие точки — левый край ворот и нижний правый угол сарая.
По горизонтали между ними $4\cdot 2=8$ м, по вертикали $3\cdot 2=6$ м.
Расстояние $\sqrt{8^2+6^2}=10$ м.
Ответ: 10.

Задание 5

Разница начальных затрат: $(30000+25000)-(22000+15000)=18000$ руб.
Газ за час: $1{,}4\cdot 10=14$ руб.; электричество: $8\cdot 5{,}5=44$ руб.
Экономия за час 30 руб. Срок: $18000:30=600$ ч.
Ответ: 600.

Задание 6

$\dfrac{1}{5}+\dfrac{27}{20}=1{,}55$.
Ответ: $1{,}55$.

Задание 7

Числа в порядке возрастания: $-0{,}02<0{,}09<0{,}098<0{,}11$. Числу $0{,}09$ соответствует точка B. **Ответ:** 2.

Задание 8

$\sqrt{7^4}=\sqrt{(7^2)^2}=7^2=49$.
Ответ: 49.

Задание 9

$8x(x-9)=0$. Корни: 0 и 9. Меньший корень равен 0.
Ответ: 0.

Задание 10

Всего 10 спортсменов, из Швеции — 3. Вероятность равна $3:10=0{,}3$.
Ответ: $0{,}3$.

Задание 11

Ветви вверх означают $a > 0$, ветви вниз — $a < 0$. Знак c определяем по положению пересечения графика с осью y. Условиям А, Б, В отвечают графики 3, 2, 1. **Ответ:** 321.

Задание 12

$t_F = 1{,}8 \cdot (-20) + 32 = -4$.
Ответ: -4.

Задание 13

Нули множителей: -4 и 8. Произведение неположительно между корнями, включая границы: $-4 \le x \le 8$. **Ответ:** 3.

Задание 14

За 5 минут температура уменьшилась на $8 \cdot 5 = 40$ градусов. Получаем $-4 - 40 = -44$.
Ответ: -44.

Задание 15

Биссектриса делит угол пополам: $\angle BAD = 68^\circ : 2 = 34^\circ$.
Ответ: 34.

Задание 16

AB — диаметр, поэтому $\angle ACB = 90^\circ$ и $AB = 52$. По теореме Пифагора $AC = \sqrt{52^2 - 48^2} = 20$.
Ответ: 20.

Задание 17

Средняя линия равна полусумме оснований: $(3 + 9) : 2 = 6$.
Ответ: 6.

Задание 18

На сетке основание параллелограмма равно 7, высота равна 6. Площадь $S = 7 \cdot 6 = 42$.
Ответ: 42.

Задание 19

Первое утверждение неверно: равенство углов гарантирует подобие, но не равенство. Утверждения 2 и 3 верны по свойствам параллельных прямых и определению окружности. **Ответ:** 23.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 6x^2 - 25x - 150 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x + 6) - 25(x + 6) = 0$.
Вынесем общий множитель и разложим разность квадратов: $(x+6)(x-5)(x+5) = 0$.
Произведение равно нулю, если хотя бы один множитель равен нулю. **Ответ:** $-6, -5, 5$.

Задание 21

Первые 270 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 225 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всём пути.

Время на трёх участках: $270/90 = 3$ ч, $180/60 = 3$ ч и $225/75 = 3$ ч.
Весь путь равен $270 + 180 + 225 = 675$ км, всё время — $3 + 3 + 3 = 9$ ч.

Средняя скорость равна отношению всего пути ко всему времени: $v_{\text{ср}} = \dfrac{675}{9} = 75$ км/ч.

Ответ: 75.

Задание 22

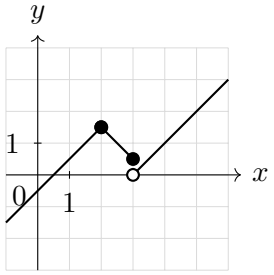
Постройте график функции $y = \begin{cases} x - \dfrac{1}{2}, & x < 2, \\ \dfrac{7}{2} - x, & 2 \le x \le 3, \\ x - 3, & x > 3. \end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Строим три части прямых на указанных промежутках. У первого луча точка $(2;\frac{3}{2})$ выколота; у среднего отрезка точки $(2;\frac{3}{2})$ и $(3;\frac{1}{2})$ включены; у последнего луча точка $(3;0)$ выколота.

Первый луч даёт одно пересечение при $m < \dfrac{3}{2}$. Средний отрезок — при $\dfrac{1}{2} \le m \le \dfrac{3}{2}$. Правый луч — при $m > 0$.

При $m \le 0$ точка одна; при $0 < m < \dfrac{1}{2}$ их две; при $\dfrac{1}{2} \le m < \dfrac{3}{2}$ их три; при $m = \dfrac{3}{2}$ их две; при $m > \dfrac{3}{2}$ точка одна.

Ответ: $0 < m < \dfrac{1}{2}$ или $m = \dfrac{3}{2}$.



Задание 23

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 20$.

Так как $AD \parallel BC$, угол AKB равен углу KAD. По свойству биссектрисы $\angle BAK = \angle KAD$, поэтому $\angle BAK = \angle AKB$.
Треугольник ABK равнобедренный, откуда $AB = BK = 7$. Сторона $BC = BK + CK = 27$.
Периметр $P = 2(AB + BC) = 2(7 + 27) = 68$.
Ответ: 68.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1. Докажите, что $\angle CC_1A_1 = \angle CAA_1$.

Высоты дают прямые углы AA_1C и AC_1C. Поэтому точки A_1 и C_1 лежат на окружности с диаметром AC.
На этой окружности вписанные углы CC_1A_1 и CAA_1 опираются на одну и ту же дугу CA_1, поэтому равны.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 20$, $MD = 10$, а H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Точка D лежит на стороне BC. Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD — высота к гипотенузе. Из подобия треугольников BMD и MCD следует $BD \cdot DC = MD^2 = 100$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку стороны этих углов соответственно перпендикулярны. Следовательно, $\triangle BDH \sim \triangle ADC$.

Из подобия $DH/DC = BD/AD$, поэтому $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{100}{20} = 5$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $H \in AD$. Поэтому $AH = AD - DH = 20 - 5 = 15$.
Ответ: 15.