Решения. Вариант 09

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Коридор — 2, кладовая — 3, спальня — 4, гостиная — 6. **Ответ:** 2346.

Задание 2

Коридор занимает $24 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 125$ клеток.
Его площадь $125 \cdot 0{,}5^2 = 31{,}25$ м^2. Одна доска занимает $0{,}25 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$ м^2.
Требуется 250 досок. Число упаковок без округления: $250 : 8 = 31{,}25$. Покупают целые упаковки, поэтому нужно 32.
Ответ: 32.

Задание 3

Кладовая занимает $4 \cdot 5 = 20$ клеток.
Площадь $20 \cdot 0{,}5^2 = 5$ м^2.
Ответ: 5.

Задание 4

Кухня занимает $10 \cdot 9 = 90$ клеток, санузел — $5 \cdot 6 = 30$ клеток.
Увеличение относительно санузла: $\dfrac{90 - 30}{30} \cdot 100\% = 200\%$.
Ответ: 200.

Задание 5

Тариф «800»: $690 + (1400 - 800) \cdot 2 = 1890$ руб.
Тариф «1200»: $910 + (1400 - 1200) \cdot 1{,}5 = 1210$ руб.
Безлимитный тариф стоит 1150 руб. Минимум — 1150 руб.
Ответ: 1150.

Задание 6

$7{,}6 + 6{,}9 = 14{,}5$.
Ответ: $14{,}5$.

Задание 7

$\dfrac{58}{7} \approx 8{,}29$. На координатной прямой этому числу соответствует точка C. **Ответ:** 3.

Задание 8

$a^{18} \cdot a^{-7} : a^9 = a^{18-7-9} = a^2 = 49$.
Ответ: 49.

Задание 9

$x + 9 = -0{,}75$, поэтому $x = -9{,}75$.
Ответ: $-9{,}75$.

Задание 10

Чашек с синими цветами $25 - 18 = 7$. Вероятность равна $\dfrac{7}{25} = 0{,}28$.
Ответ: $0{,}28$.

Задание 11

Знак k определяется тем, возрастает или убывает прямая, а знак b — положением её пересечения с осью y.
Ответ: 231.

Задание 12

$C = 7000 + 3900 \cdot 10 = 46000$ руб.
Ответ: 46000.

Задание 13

Получаем $x \le -4{,}2$ и $x \ge -5$. Решение: $[-5; -4{,}2]$.
Ответ: 3.

Задание 14

До 12-го ряда число мест увеличилось 11 раз. Получаем $25 + 2 \cdot (12 - 1) = 47$.
Ответ: 47.

Задание 15

MN — средняя линия, параллельная AC. Поэтому $MN = AC : 2 = 44 : 2 = 22$.
Ответ: 22.

Задание 16

Вписанный угол ACB и центральный угол AOB опираются на одну дугу. Поэтому $\angle ACB = 94^\circ : 2 = 47^\circ$.
Ответ: 47.

Задание 17

Сторона квадрата равна $2 \cdot 15 = 30$. Площадь равна $30^2 = 900$.
Ответ: 900.

Задание 18

Катеты по клеткам равны 5 и 7. Больший катет равен 7.
Ответ: 7.

Задание 19

Верно первое утверждение: $S = a^2$. Диагональ трапеции с неравными основаниями не делит её на равные треугольники. Равенства только двух сторон недостаточно для равенства треугольников. **Ответ:** 1.

Задание 20

Решите уравнение $x(x^2 + 6x + 9) = 10(x + 3)$.

В левой части выражение в скобках равно $(x + 3)^2$. Переносим всё влево и выносим общий множитель: $(x + 3)(x(x + 3) - 10) = 0$.
Получаем $(x + 3)(x^2 + 3x - 10) = 0$. Квадратный множитель раскладывается как $(x - 2)(x + 5)$.
Таким образом, корни: $-5, -3, 2$. Деления на $x + 3$ не выполняли, поэтому этот корень сохранён.
Ответ: $-5;\ -3;\ 2$.

Задание 21

Поезд движется равномерно со скоростью 75 км/ч. По платформе навстречу ему идёт пешеход со скоростью 5 км/ч. Поезд проходит мимо пешехода за 27 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Скорость поезда относительно пешехода равна сумме скоростей: $75 + 5 = 80$ км/ч.

Переведём её в метры в секунду: $(80) \cdot \dfrac{1000}{3600} = \dfrac{200}{9}$ м/с.

Чтобы весь поезд прошёл мимо пешехода, его начало должно переместиться относительно пешехода на длину поезда. Поэтому $L = \dfrac{200}{9} \cdot 27 = 600$ м.

Ответ: 600.

Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x^2+9)(x-4)}{4-x}$. Определите все значения k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

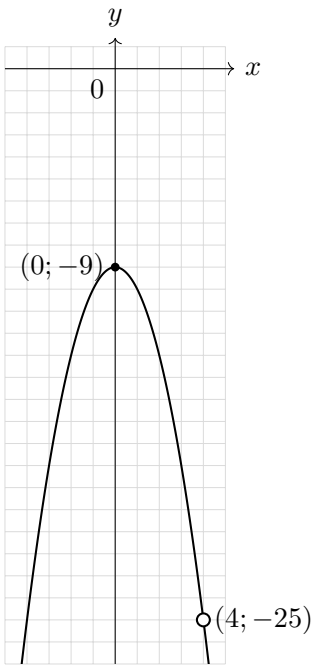
Область определения: $x \neq 4$. Поскольку $x - 4 = -(4 - x)$, функция равна $y = -x^2 - 9$ при $x \neq 4$. Строим параболу с вершиной $(0; -9)$ и выколотой точкой $(4; -25)$.

Пересечения с $y = kx$ задаются уравнением $x^2 + kx + 9 = 0$ при $x \neq 4$. Дискриминант $D = k^2 - 36$.

При $D < 0$ точек нет. При $D = 0$ получаем $k = \pm 6$; единственный корень равен $-k/2 = \mp 3$ и не совпадает с 4. Оба значения подходят.

При $D > 0$ два различных корня. Одна точка исчезает только тогда, когда один из корней равен 4: $16 + 4k + 9 = 0$, откуда $k = -\dfrac{25}{4}$. Второй корень по теореме Виета равен $\dfrac{9}{4}$ и допустим.

Ответ: $k = -\dfrac{25}{4};\ -6;\ 6$.



Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 15$, $AC = 40$, $NC = 25$.

Из $MN \parallel AC$ следует равенство соответствующих углов, поэтому $\triangle BMN \sim \triangle BAC$.

Обозначим $BN = x$, тогда $BC = x + 25$. Из подобия $\dfrac{x}{x+25} = \dfrac{15}{40}$.

Получаем $40x = 15(x + 25)$, откуда $25x = 375$ и $x = 15$. **Ответ:** 15.

Задание 24

Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Пусть основания трапеции AD и BC равны a и b, а высота равна h. Так как K — середина боковой стороны, расстояния от K до прямых AD и BC равны $h/2$ (это следует из подобия прямоугольных треугольников при проведении перпендикуляров к основаниям).

Поэтому $S_{KAD} = ah/4$, $S_{KBC} = bh/4$. Их сумма равна $(a + b)h/4$, то есть половине площади трапеции $(a + b)h/2$.

Треугольники KAD, KBC и KAB составляют всю трапецию и не перекрываются внутренними областями. Следовательно, на KAB приходится вторая половина площади трапеции.

Задание 25

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 8$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 3.

Точка K лежит на биссектрисе угла A, поэтому её расстояния до прямых AB и AD равны. Следовательно, расстояние от K до AD равно 3.

Точка K лежит на биссектрисе угла B, поэтому её расстояния до прямых BA и BC также равны. Расстояние от K до BC равно 3.

Параллельные прямые AD и BC равноудалены от K. Значит, K находится посередине между ними, а расстояние между этими прямыми равно $3 + 3 = 6$.

Это высота параллелограмма к основанию BC. Площадь $S = BC \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$.

Ответ: 48.