Решения. Вариант 10

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Васильково — 4, Камышино — 3, Журавушка — 1, Иваново — 2. **Ответ:** 132.

Задание 2

До поворота 5 клеток, после поворота 12 клеток.
Длина пути $(5+12)\cdot 2=34$ км.
Ответ: 34.

Задание 3

Катеты прямоугольного треугольника равны 10 и 24 км.
По теореме Пифагора расстояние $\sqrt{10^2+24^2}=26$ км.
Ответ: 26.

Задание 4

От Василькова до Камышина 22 км, от Камышина до Иванова 26 км.
Время в минутах: $\dfrac{22}{24}\cdot 60+\dfrac{26}{20}\cdot 60=55+78=133$.
Ответ: 133.

Задание 5

Васильково: $2\cdot 36+3\cdot 340+1\cdot 480=1572$ руб.
Иваново: $2\cdot 38+3\cdot 320+1\cdot 500=1536$ руб.
Камышино: $2\cdot 34+3\cdot 350+1\cdot 470=1588$ руб.
Журавушка: $2\cdot 35+3\cdot 330+1\cdot 490=1550$ руб.
Наименьшая стоимость — 1536 руб.
Ответ: 1536.

Задание 6

$9{,}6-2{,}8=6{,}8$.
Ответ: $6{,}8$.

Задание 7

$\sqrt{40}\approx 6{,}32$, $\sqrt{46}\approx 6{,}78$, $\sqrt{53}\approx 7{,}28$, $\sqrt{58}\approx 7{,}62$. Положению точки A соответствует $\sqrt{46}$. **Ответ:** 2.

Задание 8

Выражение равно $a^{10+8-14}=a^4=4^4=256$.
Ответ: 256.

Задание 9

$-8x=12$, поэтому $x=-1{,}5$.
Ответ: $-1{,}5$.

Задание 10

Искомая вероятность равна $1-0{,}18=0{,}82$.
Ответ: $0{,}82$.

Задание 11

Убывающие прямые имеют $k<0$, возрастающая — $k>0$. Знак b определяем по точке пересечения с осью y.
Ответ: 213.

Задание 12

$R=\dfrac{\alpha}{\omega^2}=\dfrac{20}{5^2}=0{,}8$ м.
Ответ: $0{,}8$.

Задание 13

$|x|>7$, поэтому $x<-7$ или $x>7$. **Ответ:** 1.

Задание 14

В последнем ряду $18+(11-1)\cdot 4=58$ мест. Сумма равна $\dfrac{18+58}{2}\cdot 11=418$.
Ответ: 418.

Задание 15

По теореме Пифагора гипотенуза равна $\sqrt{15^2+20^2}=25$.
Ответ: 25.

Задание 16

Углы DBC и DAC опираются на одну дугу DC, поэтому $\angle DBC=52^\circ$. Значит, $\angle ABC=41^\circ+52^\circ=93^\circ$.
Ответ: 93.

Задание 17

Основание равно $9+11=20$, высота равна 12. Площадь $S=20\cdot 12=240$.
Ответ: 240.

Задание 18

По клеткам $AC=8$. Средняя линия равна половине AC, то есть 4.
Ответ: 4.

Задание 19

Первое утверждение верно: ромб является параллелограммом. Второе неверно: трапеция может быть неравнобедренной. Если бы все углы треугольника были больше 60°, их сумма превысила бы 180°, поэтому третье утверждение верно. **Ответ:** 13.

Задание 20

Найдите значение выражения $21a-6b+17$, если $\dfrac{3a-6b+4}{6a-3b+4}=4$.

Знаменатель $6a-3b+4$ не равен нулю. Умножим равенство на знаменатель: $3a-6b+4=4(6a-3b+4)$.

После раскрытия скобок и переноса слагаемых получаем $21a-6b+12=0$, то есть $21a-6b=-12$.

Искомое выражение равно $-12+17=5$.
Ответ: 5.

Задание 21

Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Первый сделал в пути остановку на 24 минуты, после чего продолжил движение до встречи со вторым. Расстояние между городами 234 км. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч, второго — 25 км/ч. Найдите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

Пусть до встречи прошло t часов. Первый велосипедист двигался $t-\dfrac{2}{5}$ часов, второй — t часов.

Сумма пройденных расстояний равна расстоянию между городами: $15(t-\dfrac{2}{5})+25t=234$.

Отсюда $40t=240$, $t=6$. Второй велосипедист проехал $25\cdot 6=150$ км.

Время движения первого положительно: $6-\dfrac{2}{5}=\dfrac{28}{5}$ ч. Сумма путей равна 234 км.

Ответ: 150.

Задание 22

Постройте график функции $y=x^2+8x-5|x+5|+15$. Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

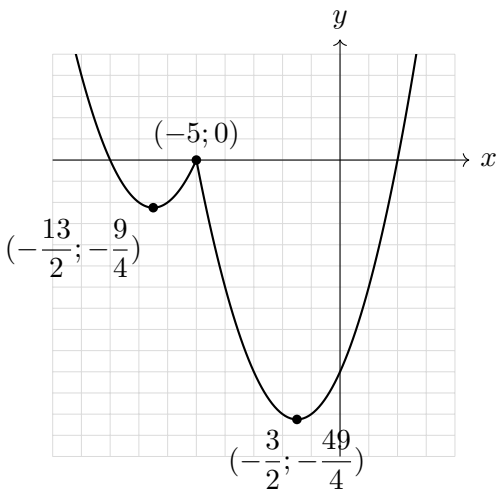
Для исследования положим $t=x+5$. Тогда $y=t^2-2t-5|t|$. При $t<0$ получаем $y=t^2+3t$, при $t\ge 0$ — $y=t^2-7t$.

Левая часть имеет вершину при $t=-\dfrac{3}{2}$, её минимальное значение $-\dfrac{9}{4}$. Правая часть имеет вершину при $t=\dfrac{7}{2}$, её минимум $-\dfrac{49}{4}$. Обе части встречаются в точке $(x;y)=(-5;0)$.

При $m<-\dfrac{49}{4}$ пересечений нет; при $m=-\dfrac{49}{4}$ одно; при $-\dfrac{49}{4}<m<-\dfrac{9}{4}$ два; при $m=-\dfrac{9}{4}$ три (вершина левой части и две точки правой).

При $-\dfrac{9}{4}<m<0$ пересечений четыре. При $m=0$ они соответствуют $t=-3$, $t=0$, $t=7$, то есть трём разным точкам. При $m>0$ остаётся по одной точке на каждой внешней ветви, всего две.

Ответ: $m=-\dfrac{9}{4}$ или $m=0$.



Задание 23

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите углы ромба.

Обозначим точку пересечения диагоналей через O, известную диагональ — через AC. Тогда $AO = AC/2 = 22$. Опустим $OT \perp AB$; по условию $OT = 11$.
В прямоугольном треугольнике AOT катет OT равен половине гипотенузы AO. Следовательно, $\angle OAT = 30^\circ$.
Диагональ ромба делит его угол пополам, поэтому $\angle A = 60^\circ$. Противоположный угол C также равен 60°, соседние углы B и D равны 120°.
Ответ: $60^\circ;\ 120^\circ$.

Задание 24

В треугольнике ABC угол ACB тупой. Проведены высоты AA_1 и BB_1.
Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

При тупом угле C основания высот лежат на продолжениях сторон за точку C: A_1 — на продолжении BC, B_1 — на продолжении AC.
Прямоугольные треугольники CAA_1 и CBB_1 подобны: их углы при C равны $180^\circ - \angle ACB$. Из подобия следует $CA_1/CB_1 = CA/CB$.
Угол A_1CB_1 равен углу ACB, поскольку образован продолжениями обеих его сторон. Значит, треугольники A_1CB_1 и ACB имеют пропорциональные стороны при равных углах между ними и подобны.

Задание 25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 9$, $\angle B = 130^\circ$, $\angle C = 110^\circ$.

Так как $MA = MB = MC = MD$, все вершины лежат на окружности с центром M, а AD — её диаметр. По выпуклости вершины B и C находятся на одной полуокружности между A и D.
Вписанный четырёхугольник даёт $\angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ и $\angle D = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.
Треугольник AMB равнобедренный, поэтому $\angle ABM = \angle BAM = 70^\circ$. Аналогично в треугольнике CMD угол $MCD = 50^\circ$.
Отсюда $\angle MBC = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$, $\angle BCM = 110^\circ - 50^\circ = 60^\circ$ и $\angle BMC = 60^\circ$.
Треугольник BMC равносторонний, поэтому $MB = BC = 9$. Диаметр $AD = 2MB = 18$.
Ответ: 18.