# Решения. Вариант 11

**Материалы для проверки.** В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

## Задание 1

Берёзовка — 1; Сосновка — 3; Озёрное — 2.
**Ответ:** 132.

## Задание 2

Складываем длины трёх участков шоссе: $4+5+12=21$ км.
**Ответ:** 21.

## Задание 3

Дорога является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами $9$ и $12$ км.
Её длина $\sqrt{9^2+12^2}=15$ км.
**Ответ:** 15.

## Задание 4

До Сосновки по шоссе $4$ км, от Сосновки до Озёрного по прямой $13$ км.
Время: $\dfrac{4}{60}\cdot 60+\dfrac{13}{40}\cdot 60=23{,}5$ мин.
**Ответ:** 23,5.

## Задание 5

Весь путь по шоссе: $\dfrac{21\cdot 6{,}5}{100}\cdot 55=75{,}075$ руб.
Прямая просёлочная дорога: $\dfrac{15\cdot 8}{100}\cdot 55=66$ руб.
Через Сосновку и далее мимо пруда: $\dfrac{4\cdot 6{,}5+13\cdot 8}{100}\cdot 55=71{,}5$ руб.
Наименьшая стоимость — $66$ руб.
**Ответ:** 66.

## Задание 6

Вычисляем разность дробей: $\dfrac{3}{4}-\dfrac{13}{10}=-\dfrac{11}{20}$.
Умножаем на $3$ и получаем $-1{,}65$.
**Ответ:** $-1{,}65$.

## Задание 7

Значение числа $\sqrt{221}$ приблизительно равно $14{,}866$. Его положению на прямой соответствует точка $D$.
**Ответ:** 4.

## Задание 8

$x^2-y^2=(x-y)(x+y)$. При данных значениях $x-y\neq 0$, поэтому дробь равна $x+y$.
$16+3=19$.
**Ответ:** 19.

## Задание 9

Знаменатель не должен быть равен нулю: $x \neq 4$. Из равенства получаем $x-(4)=-\dfrac{13}{4}$.
$x = 0{,}75$. Это значение допустимо, так как числитель $-13 \neq 0$.
**Ответ:** $0{,}75$.

## Задание 10

Всего шаров $36 + 44 + 20 = 100$. Благоприятных исходов $44$, поэтому вероятность равна $\dfrac{44}{100} = 0{,}44$.
**Ответ:** $0{,}44$.

## Задание 11

График А: коэффициент наклона равен $1$, а точка пересечения с осью $y$ имеет ординату $2$. Ему соответствует формула 3, $y = x + 2$.
График Б: это гипербола; знак коэффициента определяется четвертями, а его модуль — значением при $x = 1$. Ему соответствует формула 1, $y = \dfrac{-2}{x}$.
График В: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; 1)$. Ему соответствует формула 2, $y = x^2 + 1$.
**Ответ:** 312.

## Задание 12

Подставляем $F = -13$: $C = \dfrac{5}{9}(-13 - 32) = \dfrac{5}{9} \cdot (-45) = -25$.
**Ответ:** $-25$.

## Задание 13

$121 = 11^2$. Требуются числа, модуль которых не меньше $11$.
Множество решений: $(-\infty; -11] \cup [11; +\infty)$.
**Ответ:** 1.

## Задание 14

$b_n = b_1 q^{n-1}$, поэтому $b_5 = 6 \cdot 2^4 = 96$.
**Ответ:** $96$.

## Задание 15

По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 16^2 + 12^2 = 400$. Длина положительна, поэтому $BC = 20$.
**Ответ:** $20$.

## Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB = 8 : 2 = 4$.
В прямоугольном треугольнике $OHB$ получаем $OH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.
**Ответ:** $3$.

## Задание 17

Сумма соседних сторон равна $52 : 2 = 26$. Вторая сторона: $26 - 15 = 11$.
Площадь равна $15 \cdot 11 = 165$.
**Ответ:** $165$.

## Задание 18

Основания равны $2$ и $5$, высота равна $4$. Площадь $S = \dfrac{2+5}{2} \cdot 4 = 14$.

**Ответ:** $14$.

## Задание 19

Утверждение 1 верно. Это свойство равнобедренного треугольника.
Утверждение 2 верно. Это формула площади параллелограмма.
Утверждение 3 неверно. У ромба с острым углом 60 градусов диагонали имеют разные длины.
**Ответ:** 12.

## Задание 20

Решите неравенство $\dfrac{x^2-16}{x-1} \le 0$.

Знаменатель не должен обращаться в нуль: $x \ne 1$. Разложим числитель: $x^2-16 = (x-4)(x+4)$.
Критические точки: $-4$, $1$, $4$. Они расположены именно в этом порядке.
На четырёх промежутках слева направо знаки дроби: минус, плюс, минус, плюс. Это можно проверить подстановкой одной точки из каждого промежутка.
Нужны промежутки с отрицательным знаком и нули числителя. Точки $-4$ и $4$ включаем, точку $1$ исключаем.
**Ответ:** $(-\infty;-4] \cup (1;4]$.

## Задание 21

Два рабочих, работая вместе, выполняют заказ за $2{,}4$ ч. Первый рабочий, работая один, выполняет этот заказ на 2 ч быстрее второго. За сколько часов первый рабочий выполнит заказ самостоятельно?

Пусть первому рабочему требуется $x$ ч, $x > 0$. Второму требуется $x+2$ ч. Их производительности равны $1/x$ и $1/(x+2)$ заказа в час.

При совместной работе $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{5}{12}$. После умножения на знаменатели получаем $x(x+2) = \dfrac{12}{5}(2x+2)$.

Корни этого квадратного уравнения: $x = 4$ и $x = -\dfrac{6}{5}$. Отрицательный корень не подходит.

Проверка: $\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{12}$, поэтому время совместной работы равно $2{,}4$ ч.

**Ответ:** $4$ ч.

## Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x+2)(x^2+6x+5)}{x+2}$. Определите все значения $m$, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

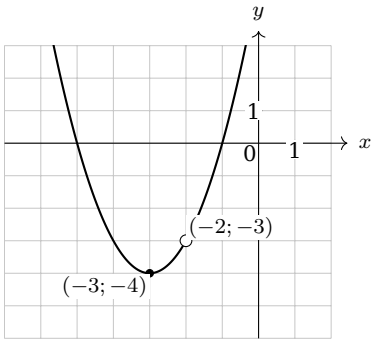
Функция определена при $x \neq -2$. На этой области она равна $y = x^2 + 6x + 5 = (x+3)^2 - 4$.

Строим параболу с вершиной $(-3; -4)$ и выколотой точкой $(-2; -3)$.

При $m < -4$ общих точек нет. При $m = -4$ имеется одна точка — вершина.

При $m > -4$ горизонтальная прямая обычно пересекает параболу дважды. При $m = -3$ одна из этих точек выколота, а вторая имеет абсциссу $-4$ и сохраняется.

Следовательно, ровно одна общая точка получается при $m = -4$ или $m = -3$.




**Ответ:** $m = -4$ или $m = -3$.

## Задание 23

Биссектриса угла $A$ параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону $BC$ в точке $K$. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 3$, $CK = 5$.

Из параллельности $AD$ и $BC$ следует $\angle AKB = \angle KAD$. Биссектриса даёт $\angle BAK = \angle KAD$, поэтому $\angle BAK = \angle AKB$.

Треугольник $ABK$ равнобедренный, значит, $AB = BK = 3$. Сторона $BC = BK + CK = 8$.

Периметр равен $2(AB + BC) = 2(3 + 8) = 22$.

**Ответ:** $22$.

## Задание 24

В остроугольном треугольнике $ABC$ проведены высоты $BB_1$ и $CC_1$. Докажите, что $\angle CC_1B_1 = \angle CBB_1$.

Углы $BB_1C$ и $BC_1C$ прямые. Следовательно, точки $B_1$ и $C_1$ лежат на окружности с диаметром $BC$.

На этой окружности углы $CC_1B_1$ и $CBB_1$ являются вписанными и опираются на одну и ту же дугу $CB_1$. Поэтому они равны.

## Задание 25

В прямоугольном треугольнике $ABC$ угол $C$ прямой, $AC = 3$, $BC = 4$.
Окружность проходит через точку $A$ и касается прямой $BC$ в точке $B$.
Найдите радиус окружности.

Пусть $O$ — центр окружности, $R$ — её радиус. Радиус $OB$ перпендикулярен касательной $BC$, поэтому $OB \parallel AC$. Центр лежит по ту же сторону от $BC$, что и точка $A$.
Проведём из $A$ перпендикуляр $AH$ к прямой $OB$. Тогда $AH = BC = 4$ и $BH = AC = 3$.
Так как $OB = OA = R$, имеем $OH = |R - 3|$. Теорема Пифагора в треугольнике $AHO$ даёт $R^2 = (R-3)^2 + 4^2$.

После раскрытия скобок получаем $6R = 25$. Поэтому $R = \dfrac{25}{6}$.

**Ответ:** $\dfrac{25}{6}$.