Решения. Вариант 12

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

По столбцу диапазонов: 8 м^3 — печь № 1, 12 м^3 — печь № 2, 14 м^3 — печь № 3.
Ответ: 123.

Задание 2

$V = 3 \cdot 2{,}4 \cdot 2{,}1 = 15{,}12$ м^3.
Ответ: 15,12.

Задание 3

Радиус к верхнему концу вертикальной стороны является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами $18 : 2 = 9$ см и 12 см.
$R = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ см.
Ответ: 15.

Задание 4

После скидки остаётся 90% цены. Получаем $28000 \cdot \dfrac{90}{100} = 25200$ руб.
Ответ: 25200.

Задание 5

Объём парной равен $15{,}12$ м^3. Подходят печи № 1, 2, 3.
Печь № 1: $22000 + 700 = 22700$ руб.
Печь № 2: $28000 + 700 = 28700$ руб.
Печь № 3: $24000 + 700 + 4500 = 29200$ руб.
Наименьшая сумма — 22700 руб.
Ответ: 22700.

Задание 6

Сумма в скобках равна $8{,}9$.
$8{,}9 : 0{,}5 = 17{,}8$.
Ответ: 17,8.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{457}$ приблизительно равно $-21{,}378$. Его положению на прямой соответствует точка C.
Ответ: 3.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $3^{2\cdot 2-2} = 3^2 = 9$.
Ответ: 9.

Задание 9

$2x = -21 - (-6) = -15$, поэтому $x = -7{,}5$.
Ответ: $-7{,}5$.

Задание 10

На 7 делятся числа $7, 14, \ldots, 49$; их 7. Вероятность равна $\dfrac{7}{50} = 0{,}14$.
Ответ: $0{,}14$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен -3, а точка пересечения с осью y имеет ординату 0. Ему соответствует формула 1, $y = -3x$.
График Б: коэффициент наклона равен 3, а точка пересечения с осью y имеет ординату -1. Ему соответствует формула 2, $y = 3x - 1$.
График В: коэффициент наклона равен 2, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 3, $y = 2x - 2$.
Ответ: 123.

Задание 12

$h = \dfrac{2S}{a+b} = \dfrac{2 \cdot 136}{6+28} = 8$.
Ответ: 8.

Задание 13

Получаем $-5x > -5$. Делим на -5, меняя знак неравенства.
Множество решений: $(-\infty; 1)$.
Ответ: 3.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{19} = 12 + (19-1) \cdot (4) = 84$.
Ответ: 84.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 29° - 69° = 82°$.
Ответ: 82.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 102° : 2 = 51°$.
Ответ: 51.

Задание 17

$S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BH = \dfrac{22 + 12}{2} \cdot 7 = 119$.
Ответ: 119.

Задание 18

Основание равно 4, высота равна 5. Площадь параллелограмма $S = 4 \cdot 5 = 20$.
Ответ: 20.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. В формуле площади трапеции нужна полусумма оснований.
Утверждение 2 верно. Углы равностороннего треугольника равны и в сумме дают 180 градусов.
Утверждение 3 неверно. Например, прямоугольные треугольники с катетами 2 и 6 и с катетами 3 и 4 имеют одинаковую площадь, но не равны.
Ответ: 2.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+2) - 9(x+2) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+2)(x^2-9) = (x+2)(x-3)(x+3) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-3;\ -2;\ 3$.
Ответ: $-3;\ -2;\ 3$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 10 км/ч, второго 12 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 15 мин. Расстояние между посёлками $41{,}5$ км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\dfrac{1}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \dfrac{1}{4}$ ч, второй — t ч.

Сумма путей: $10(t - \dfrac{1}{4}) + 12t = \dfrac{83}{2}$. Отсюда $22t = 44$, то есть $t = 2$.

Второй велосипедист проехал $12 \cdot 2 = 24$ км. Время движения первого $\dfrac{7}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 24 км.

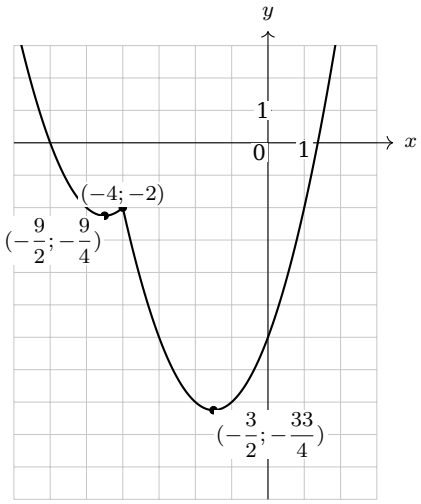
Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 + 6x + 6 - 3|x + 4|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x + 4$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 1t - 2$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 5t - 2$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-\frac{1}{2}; -\frac{9}{4})$ и $(\frac{5}{2}; -\frac{33}{4})$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -2$.

При $m < -\frac{33}{4}$ пересечений нет; при $m = -\frac{33}{4}$ одно; при $-\frac{33}{4} < m < -\frac{9}{4}$ два; при $m = -\frac{9}{4}$ три.

При $-\frac{9}{4} < m < -2$ пересечений четыре. При $m = -2$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -2$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -\frac{9}{4}$ или $m = -2$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 3$, $AC = 6$, $NC = 6$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN = x$, тогда $BC = x + 6$. По подобию $\frac{x}{x+6} = \frac{3}{6}$.

Отсюда $6x = 3(x + 6)$, то есть $3x = 18$. Получаем $BN = 6$.

Ответ: 6.

Задание 24

В трапеции $ABCD$ основаниями являются AD и BC. Точка K — середина боковой стороны CD. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Пусть основания равны a и b, а высота трапеции равна h. Так как K — середина CD, её расстояния до оснований равны $h/2$; это следует из подобия прямоугольных треугольников при проведении перпендикуляров к основаниям.
Поэтому $S_{KAD} = ah/4$, $S_{KBC} = bh/4$. Их сумма равна $(a+b)h/4$, то есть половине площади трапеции.
Треугольники KAD, KBC и KAB составляют всю трапецию без наложения внутренних областей. Следовательно, оставшийся треугольник KAB также занимает половину её площади.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 5$, $BC = 6$. Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.
Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{3}{5}$.
В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{18}{5}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 5 - \dfrac{18}{5} = \dfrac{7}{5}$.
Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны.
Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 6 \cdot \dfrac{\frac{7}{5}}{5} = \dfrac{42}{25}$.

Ответ: $\dfrac{42}{25}$.