Решения. Вариант 15

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Сосновка — 3; Луговое — 1; Берёзовка — 2.
Ответ: 312.

Задание 2

Складываем длины трёх участков шоссе: $11 + 5 + 12 = 28$ км.
Ответ: 28.

Задание 3

Дорога является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами 5 и 12 км.
Её длина $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ км.
Ответ: 13.

Задание 4

До Сосновки по шоссе 11 км, от Сосновки до Озёрного по прямой 13 км.
Время: $\dfrac{11}{75} \cdot 60 + \dfrac{13}{50} \cdot 60 = 24{,}4$ мин.
Ответ: 24,4.

Задание 5

Весь путь по шоссе: $\dfrac{28 \cdot 7}{100} \cdot 57 = 111{,}72$ руб.

Прямая просёлочная дорога: $\dfrac{20 \cdot 9}{100} \cdot 57 = 102{,}6$ руб.

Через Сосновку и далее мимо пруда: $\dfrac{11 \cdot 7 + 13 \cdot 9}{100} \cdot 57 = 110{,}58$ руб.

Наименьшая стоимость — $102{,}6$ руб.
Ответ: 102,6.

Задание 6

Сумма в скобках равна $13{,}8$.
$13{,}8 : 0{,}4 = 34{,}5$.
Ответ: 34,5.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{79}$ приблизительно равно $-8{,}888$. Его положению на прямой соответствует точка A.
Ответ: 1.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $2^{3 \cdot 2 - 4} = 2^2 = 4$.
Ответ: 4.

Задание 9

$8x = -65 - (19) = -84$, поэтому $x = -10{,}5$.
Ответ: $-10{,}5$.

Задание 10

На 9 делятся числа $9, 18, \ldots, 99$; их 11. Вероятность равна $\dfrac{11}{100} = 0{,}11$.

Ответ: $0{,}11$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен -3, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 2, $y = -3x - 2$.
График Б: коэффициент наклона равен -1, а точка пересечения с осью y имеет ординату -1. Ему соответствует формула 3, $y = -x - 1$.
График В: коэффициент наклона равен -2, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 1, $y = -2x - 2$.
Ответ: 231.

Задание 12

Подставляем $F = 59$: $C = \dfrac{5}{9}(59 - 32) = \dfrac{5}{9} \cdot (27) = 15$.

Ответ: 15.

Задание 13

$196 = 14^2$. Требуются числа, модуль которых больше 14.
Множество решений: $(-\infty; -14) \cup (14; +\infty)$.
Ответ: 1.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_7 = 23 + (7-1) \cdot (5) = 53$.
Ответ: 53.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 66° - 34° = 80°$.
Ответ: 80.

Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB = 60 : 2 = 30$.
В прямоугольном треугольнике OHB получаем $OH = \sqrt{34^2 - 30^2} = 16$.
Ответ: 16.

Задание 17

Сумма соседних сторон равна $54 : 2 = 27$. Вторая сторона: $27 - 17 = 10$.
Площадь равна $17 \cdot 10 = 170$.
Ответ: 170.

Задание 18

Основание занимает 5 клеток, высота — 2 клеток. Площадь равна $\dfrac{5 \cdot 2}{2} = 5$.

Ответ: 5.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Углы равностороннего треугольника равны и в сумме дают 180 градусов.
Утверждение 2 верно. Сумма углов треугольника равна 180 градусам.
Утверждение 3 неверно. Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла.
Ответ: 12.

Задание 20

Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y=-4, \\ x^2+y^2=10. \end{cases}$

Из первого уравнения выразим $y=-4-x$. Подставим во второе: $x^2+(-4-x)^2=10$.
После раскрытия скобок и деления на 2 получаем $x^2+4x+3=0$.
Разложим на множители: $(x+3)(x+1)=0$. Следовательно, $x=-3$ или $x=-1$.
При $x=-3$ первое уравнение даёт $y=-1$; при $x=-1$ получаем $y=-3$.
Обе пары удовлетворяют исходной системе: сумма координат равна -4, сумма их квадратов равна 10.
Ответ: $(x;y)=(-3;-1)$ или $(x;y)=(-1;-3)$.

Задание 21

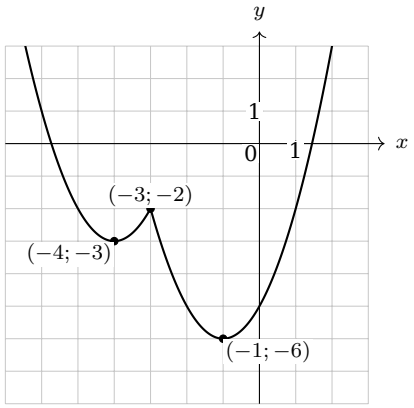
Моторная лодка прошла 28 км по течению реки и 10 км против течения, затратив на весь путь 3 ч. Скорость течения равна 2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Пусть собственная скорость лодки x км/ч. Для движения против течения необходимо $x>2$. Скорости по течению и против течения равны $x+2$ и $x-2$.
Уравнение времени: $\dfrac{28}{x+2}+\dfrac{10}{x-2}=3$.
После умножения на $(x+2)(x-2)$ и приведения получаем $3x^2-38x+24=0$. Его корни: $x=12$ и $x=\dfrac{2}{3}$.
Второй корень не удовлетворяет условию $x>2$. Для $x=12$ времена равны 2 ч и 1 ч, их сумма 3 ч.
Ответ: 12 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 + 5x + 4 - 3|x + 3|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x + 3$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 2t - 2$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 4t - 2$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-1; -3)$ и $(2; -6)$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -2$.
При $m < -6$ пересечений нет; при $m = -6$ одно; при $-6 < m < -3$ два; при $m = -3$ три.
При $-3 < m < -2$ пересечений четыре. При $m = -2$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -2$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -3$ или $m = -2$.

Задание 23

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке F. Известно, что $AF = 3$, $BF = 4$. Найдите боковую сторону AB.

Углы при боковой стороне трапеции дополнительны: $\angle A + \angle B = 180^\circ$.
По свойству биссектрис $\angle FAB + \angle FBA = 90^\circ$. Следовательно, $\angle AFB = 90^\circ$.
По теореме Пифагора $AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$.
Ответ: 5.

Задание 24

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K. Докажите, что эти биссектрисы перпендикулярны.

В параллелограмме $AD \parallel BC$, поэтому $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$.
Биссектрисы делят эти углы пополам: $\angle KAB + \angle KBA = 90^\circ$.
Из суммы углов треугольника ABK следует $\angle AKB = 90^\circ$. Значит, биссектрисы перпендикулярны.

Задание 25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 5$, $\angle B = 110^\circ$, $\angle C = 100^\circ$.

Все вершины лежат на окружности с центром M, а AD — её диаметр. По выпуклости вершины B и C находятся на одной полуокружности между A и D.

Противоположные углы вписанного четырёхугольника дополнительны: $\angle A = 80^\circ$, $\angle D = 70^\circ$.

Треугольники AMB и CMD равнобедренные. Поэтому $\angle ABM = 80^\circ$, $\angle MCD = 70^\circ$. Получаем $\angle MBC = \angle BCM = 30^\circ$.

Опустим из M перпендикуляр MT на BC. В равнобедренном треугольнике BMC он делит основание пополам, поэтому $BT = \dfrac{5}{2}$.

В прямоугольном треугольнике BMT радиус $MB = BT/\cos 30^\circ$. Следовательно, $AD = 2MB = 5/\cos 30^\circ = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$.