Решения. Вариант 19

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

В нужном столбце разрешены ширины 175, 185, 195 мм. Наибольшая из них — 195 мм.
Ответ: 195.

Задание 2

$H = 165 \cdot \dfrac{55}{100} = 90{,}75$ мм.
Ответ: 90,75.

Задание 3

Диаметр диска: $13 \cdot 25{,}4 = 330{,}2$ мм.
Высота боковины: $175 \cdot \dfrac{60}{100} = 105$ мм.
$D = 330{,}2 + 2 \cdot 105 = 540{,}2$ мм.
Ответ: 540,2.

Задание 4

Диаметры дисков одинаковы, поэтому разность радиусов равна разности высот боковин.
$175 \cdot \dfrac{55}{100} - 185 \cdot \dfrac{50}{100} = 3{,}75$ мм.
Ответ: 3,75.

Задание 5

Диаметр нового колеса: $14 \cdot 25{,}4 + 2 \cdot 175 \cdot \dfrac{55}{100} = 548{,}1$ мм.
Длина окружности пропорциональна диаметру.
Увеличение равно $\dfrac{548{,}1 - 540{,}2}{540{,}2} \cdot 100\% \approx 1{,}5\%$.
Ответ: 1,5.

Задание 6

$(-13)^2 = 169$, $7^2 = 49$. Поэтому значение выражения равно $169 - 49 = 120$.
Ответ: 120.

Задание 7

Значение числа $\dfrac{137}{7}$ приблизительно равно $19{,}571$. Его положению на прямой соответствует точка C.
Ответ: 3.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $14 + 2\sqrt{238} + 17 - 2\sqrt{238} = 31$.
Ответ: 31.

Задание 9

Разложение на множители: $(x+8)(x-4)=0$. Корни: -8 и 4.
Требуемый корень равен 4.
Ответ: 4.

Задание 10

Исправных ламп $1000-10=990$. Вероятность равна $\dfrac{990}{1000}=0{,}99$.
Ответ: $0{,}99$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;2)$.
Ему соответствует формула 2, $y=-x^2+2$.
График Б: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;0)$.
Ему соответствует формула 3, $y=-2x^2$.
График В: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0;2)$.
Ему соответствует формула 1, $y=x^2+2$.
Ответ: 231.

Задание 12

Подставляем $F=14$: $C=\dfrac{5}{9}(14-32)=\dfrac{5}{9}\cdot(-18)=-10$.
Ответ: -10.

Задание 13

$49=7^2$. Требуются числа, модуль которых не меньше 7.
Множество решений: $(-\infty;-7]\cup[7;+\infty)$.
Ответ: 4.

Задание 14

От первого до 21-го ряда число мест увеличивается 20 раз: $27+20\cdot5=127$.
Ответ: 127.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B=\angle C$. Их сумма равна $180^\circ-130^\circ=50^\circ$, поэтому каждый равен 25°.
Ответ: 25.

Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB=30:2=15$.
В прямоугольном треугольнике OHB получаем $OH=\sqrt{17^2-15^2}=8$.
Ответ: 8.

Задание 17

Сумма соседних сторон равна $70:2=35$. Вторая сторона: $35-18=17$.
Площадь равна $18\cdot17=306$.
Ответ: 306.

Задание 18

Разности координат концов отрезка по горизонтали и вертикали равны 12 и 5.
По теореме Пифагора $AB=\sqrt{12^2+5^2}=13$.
Ответ: 13.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Это теорема о средней линии треугольника.
Утверждение 2 верно. Углы равностороннего треугольника равны и в сумме дают 180 градусов.
Утверждение 3 неверно. Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла.
Ответ: 12.

Задание 20

Решите уравнение $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$.

Обозначим $t = x^2$, тогда $t \geq 0$.
Получим $t^2 - 20t + 64 = 0$, то есть $(t - 4)(t - 16) = 0$.
Оба значения $t = 4$ и $t = 16$ неотрицательны. Из $x^2 = 4$ получаем $x = \pm 2$, из $x^2 = 16$ — $x = \pm 4$.
Ответ: $-4;\ -2;\ 2;\ 4$.

Задание 21

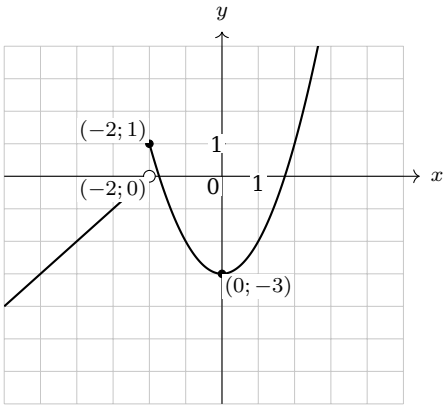
Два велосипедиста проехали один и тот же путь длиной 90 км. Скорость первого на 3 км/ч меньше скорости второго, поэтому первый затратил на путь на 1 ч больше. Найдите скорость первого велосипедиста.

Пусть скорость первого равна x км/ч, $x > 0$. Тогда скорость второго $x + 3$ км/ч.
По условию $\dfrac{90}{x} - \dfrac{90}{x+3} = 1$. Умножив на $x(x+3)$, получаем $270 = 1x(x+3)$.
После деления на 1 и разложения: $(x - 15)(x + 18) = 0$.
Корень $x = -18$ отрицателен и не подходит. Значит, скорость первого равна 15 км/ч. Разность времён действительно равна 1 ч.
Ответ: 15 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y = \begin{cases} (x)^2 - 3, & x \geq -2, \\ x + 2, & x < -2. \end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(0; -3)$, оставленная при $x \geq -2$. Точка $(-2; 1)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y = x + 2$ при $x < -2$. Его конечная точка $(-2; 0)$ выколота.
При $m < -3$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m = -3$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $-3 < m < 0$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три.
При $0 \leq m \leq 1$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки.
При $m > 1$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 1 включена, поскольку точка $(-2; 1)$ принадлежит графику.



Ответ: $m = -3$ или $0 \leq m \leq 1$.

Задание 23

Высота, проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на отрезки 18 и 18. Найдите периметр треугольника.

Гипотенуза равна $18 + 18 = 36$. Обозначим катеты u и v.
Из подобия треугольников, образованных высотой, следует: $u^2 = 36 \cdot 18$ и $v^2 = 36 \cdot 18$.
Поэтому $u = 18\sqrt{2}$, $v = 18\sqrt{2}$. Складывая катеты и гипотенузу, получаем $P = 36 + 36\sqrt{2}$.
Ответ: $36 + 36\sqrt{2}$.

Задание 24

Из точки P, лежащей вне окружности с центром O, проведены касательные PA и PB. Докажите, что прямая PO делит угол APB пополам.

Радиусы к точкам касания перпендикулярны касательным, поэтому треугольники OAP и OBP прямоугольные.
У этих треугольников общая гипотенуза OP, а катеты OA и OB равны как радиусы одной окружности. Значит, треугольники равны по гипотенузе и катету.
Следовательно, $\angle APO = \angle OPB$, то есть PO является биссектрисой угла APB.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 6$, $MD = 4$. Точка H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD является высотой к гипотенузе.
По подобию треугольников BMD и MCD имеем $BD \cdot DC = MD^2 = 16$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку их стороны соответственно перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны.
Следовательно, $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$, откуда $DH = \frac{BD \cdot DC}{AD} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $AH = AD - DH = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$.
Ответ: $\frac{10}{3}$.