# Решения. Вариант 20

**Материалы для проверки.** В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

## Задание 1

коридор — 2; спальня — 4; гостиная — 6; санузел — 1.
**Ответ:** 2461.

## Задание 2

Пол коридора занимает 125 клеток, его площадь $125 \cdot 0{,}4^2 = 20$ м$^2$.
Площадь одной плитки: $0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ м$^2$. Требуется $20 : 0{,}08 = 250$ плиток.
Нужно $\left\lceil \frac{250}{6} \right\rceil = 42$ целых упаковок.
**Ответ:** 42.

## Задание 3

На плане помещение занимает 156 клеток.
Его площадь $156 \cdot 0{,}4^2 = 24{,}96$ м$^2$.
**Ответ:** 24,96.

## Задание 4

Помещения занимают соответственно 90 и 30 клеток.
Увеличение относительно меньшего помещения равно $\frac{90-30}{30} \cdot 100\% = 200\%$.
**Ответ:** 200.

## Задание 5

Тариф «А»: $350 + 0 \cdot 50 = 350$ руб.
Тариф «Б»: $500 + 0 \cdot 30 = 500$ руб.
Безлимитный тариф стоит 750 руб. Наименьшая плата — 350 руб.
**Ответ:** 350.

## Задание 6

Вычисляем разность дробей: $\frac{11}{10} - \frac{7}{10} = \frac{2}{5}$.
Умножаем на 3 и получаем 1,2.
**Ответ:** 1,2.

## Задание 7

Значение числа $\sqrt{98}$ приблизительно равно 9,899. Его положению на прямой соответствует точка $D$.
**Ответ:** 4.

## Задание 8

$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$. При данных значениях $x - y \neq 0$, поэтому дробь равна $x + y$.
$15 + 1 = 16$.
**Ответ:** 16.

## Задание 9

Знаменатель не должен быть равен нулю: $x \neq 7$. Из равенства получаем $x-(7)=\frac{13}{5}$.
$x = 9{,}6$. Это значение допустимо, так как числитель $13 \neq 0$.
**Ответ:** $9{,}6$.

## Задание 10

Всего шаров $36 + 12 + 2 = 50$. Благоприятных исходов $12$, поэтому вероятность равна $\frac{12}{50} = 0{,}24$.
**Ответ:** $0{,}24$.

## Задание 11

График А: это гипербола; знак коэффициента определяется четвертями, а его модуль — значением при $x = 1$. Ему соответствует формула 1, $y = \frac{-2}{x}$.
График Б: коэффициент наклона равен $2$, а точка пересечения с осью $y$ имеет ординату $-2$. Ему соответствует формула 3, $y = 2x - 2$.
График В: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 1)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 1$.
**Ответ:** 132.

## Задание 12

$h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 60}{7+17} = 5$.
**Ответ:** $5$.

## Задание 13

Получаем $4x > -28$. Делим на $4$, сохраняя знак неравенства.
Множество решений: $(-7; +\infty)$.
**Ответ:** 2.

## Задание 14

$b_n = b_1 q^{n-1}$, поэтому $b_4 = 4 \cdot 2^3 = 32$.
**Ответ:** $32$.

## Задание 15

По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 16^2 + 12^2 = 400$. Длина положительна, поэтому $BC = 20$.
**Ответ:** $20$.

## Задание 16

Вписанный угол $ACB$ опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 64^\circ : 2 = 32^\circ$.
**Ответ:** $32$.

## Задание 17

$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = \frac{19 + 11}{2} \cdot 9 = 135$.
**Ответ:** $135$.

## Задание 18

Основание занимает $6$ клеток, высота — $3$ клеток. Площадь равна $\dfrac{6\cdot 3}{2}=9$.

**Ответ:** $9$.

## Задание 19

Утверждение 1 неверно. Для невырожденного треугольника сумма двух сторон строго больше третьей стороны.
Утверждение 2 неверно. Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла.
Утверждение 3 верно. Диагонали ромба перпендикулярны по теореме.
**Ответ:** 3.

## Задание 20

Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y=-2, \\ x^2+y^2=4. \end{cases}$

Из первого уравнения выразим $y=-2-x$. Подставим во второе: $x^2+(-2-x)^2=4$.
После раскрытия скобок и деления на 2 получаем $x^2+2x=0$.
Разложим на множители: $(x+2)(x)=0$. Следовательно, $x=-2$ или $x=0$.
При $x=-2$ первое уравнение даёт $y=0$; при $x=0$ получаем $y=-2$.
Обе пары удовлетворяют исходной системе: сумма координат равна $-2$, сумма их квадратов равна $4$.
**Ответ:** $(x;y)=(-2;0)$ или $(x;y)=(0;-2)$.

## Задание 21

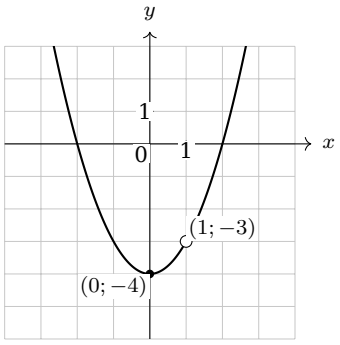
Моторная лодка прошла 34 км по течению реки и 22 км против течения, затратив на весь путь 4 ч. Скорость течения равна 3 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Пусть собственная скорость лодки $x$ км/ч. Для движения против течения необходимо $x>3$. Скорости по течению и против течения равны $x+3$ и $x-3$.
Уравнение времени: $\dfrac{34}{x+3}+\dfrac{22}{x-3}=4$.
После умножения на $(x+3)(x-3)$ и приведения получаем $4x^2-56x=0$. Его корни: $x=14$ и $x=0$.
Второй корень не удовлетворяет условию $x>3$. Для $x=14$ времена равны $2$ ч и $2$ ч, их сумма $4$ ч.
**Ответ:** $14$ км/ч.

## Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x-1)(x^2-4)}{x-1}$. Определите все значения $m$, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Функция определена при $x \neq 1$. На этой области она равна $y = x^2 - 4$.
Строим параболу с вершиной $(0; -4)$ и выколотой точкой $(1; -3)$.
При $m < -4$ общих точек нет. При $m = -4$ имеется одна точка — вершина.
При $m > -4$ горизонтальная прямая обычно пересекает параболу дважды. При $m = -3$ одна из этих точек выколота, а вторая имеет абсциссу $-1$ и сохраняется.
Следовательно, ровно одна общая точка получается при $m = -4$ или $m = -3$.




**Ответ:** $m = -4$ или $m = -3$.

## Задание 23

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$, биссектрисы углов $A$ и $B$ пересекаются в точке $F$. Известно, что $AF = 5$, $BF = 12$. Найдите боковую сторону $AB$.

Углы при боковой стороне трапеции дополнительны: $\angle A + \angle B = 180^\circ$.
По свойству биссектрис $\angle FAB + \angle FBA = 90^\circ$. Следовательно, $\angle AFB = 90^\circ$.
По теореме Пифагора $AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$.
**Ответ:** $13$.

## Задание 24

В треугольнике $ABC$ стороны $AB$ и $AC$ равны. На сторонах $AB$ и $AC$ взяты соответственно точки $M$ и $N$ так, что $BM = CN$. Докажите, что $CM = BN$.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны: $\angle ABC = \angle BCA$.
В треугольниках $MBC$ и $NCB$ имеем $BM = CN$ по условию, $BC = CB$ как общую сторону и равные углы между ними: $\angle MBC = \angle NCB$.
Эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Поэтому соответствующие стороны $CM$ и $BN$ равны.

## Задание 25

Середина $M$ стороны $AD$ выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите $AD$, если $BC = 6$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 105^\circ$.

Все вершины лежат на окружности с центром $M$, а $AD$ — её диаметр. По выпуклости вершины $B$ и $C$ находятся на одной полуокружности между $A$ и $D$.

Противоположные углы вписанного четырёхугольника дополнительны: $\angle A = 75^\circ$, $\angle D = 60^\circ$.

Треугольники $AMB$ и $CMD$ равнобедренные. Поэтому $\angle ABM = 75^\circ$, $\angle MCD = 60^\circ$. Получаем $\angle MBC = \angle BCM = 45^\circ$.

Опустим из $M$ перпендикуляр $MT$ на $BC$. В равнобедренном треугольнике $BMC$ он делит основание пополам, поэтому $BT = 3$.

В прямоугольном треугольнике $BMT$ радиус $MB = BT/\cos 45^\circ$. Следовательно, $AD = 2MB = 6/\cos 45^\circ = 6\sqrt{2}$.

**Ответ:** $6\sqrt{2}$.