# Решения. Вариант 22

**Материалы для проверки.** В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

## Задание 1

Луговое — 4; Сосновка — 1; Озёрное — 2.
**Ответ:** 412.

## Задание 2

Складываем длины трёх участков шоссе: $9+6+8=23$ км.
**Ответ:** 23.

## Задание 3

Дорога является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами $15$ и $8$ км.
Её длина $\sqrt{15^2+8^2}=17$ км.
**Ответ:** 17.

## Задание 4

До Сосновки по шоссе $9$ км, от Сосновки до Озёрного по прямой $10$ км.
Время: $\dfrac{9}{80}\cdot 60+\dfrac{10}{40}\cdot 60=21{,}75$ мин.
**Ответ:** 21,75.

## Задание 5

Весь путь по шоссе: $\dfrac{23\cdot 7{,}5}{100}\cdot 59=101{,}775$ руб.
Прямая просёлочная дорога: $\dfrac{17\cdot 10}{100}\cdot 59=100{,}3$ руб.
Через Сосновку и далее мимо пруда: $\dfrac{9\cdot 7{,}5+10\cdot 10}{100}\cdot 59=98{,}825$ руб.
Наименьшая стоимость — $98{,}825$ руб.
**Ответ:** 98,825.

## Задание 6

$(-4)^2=16$, $2^2=4$. Поэтому значение выражения равно $16-4=12$.
**Ответ:** 12.

## Задание 7

Значение числа $\dfrac{117}{17}$ приблизительно равно $6{,}882$. Его положению на прямой соответствует точка $D$.
**Ответ:** 4.

## Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $15+2\sqrt{210}+14-2\sqrt{210}=29$.
**Ответ:** 29.

## Задание 9

Разложение на множители: $(x-3)(x-10)=0$. Корни: $3$ и $10$.
Требуемый корень равен $3$.
**Ответ:** 3.

## Задание 10

Исправных ламп $1000 - 7 = 993$. Вероятность равна $\dfrac{993}{1000} = 0{,}993$.

**Ответ:** $0{,}993$.

## Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;0)$. Ему соответствует формула 3, $y = -2x^2$.
График Б: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0;-2)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 - 2$.
График В: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;-2)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 - 2$.
**Ответ:** 312.

## Задание 12

Выражаем массу: $m = \dfrac{2E}{v^2} = \dfrac{2 \cdot 220{,}5}{7^2} = 9$ кг.

**Ответ:** $9$.

## Задание 13

Первое неравенство даёт $x > -2$, второе — $x \le 8$. Берём пересечение этих промежутков.
Множество решений: $(-2;8]$.
**Ответ:** 4.

## Задание 14

От первого до $19$-го ряда число мест увеличивается $18$ раз: $12 + 18 \cdot 3 = 66$.
**Ответ:** $66$.

## Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$, поэтому каждый равен $53^\circ$.
**Ответ:** $53$.

## Задание 16

Гипотенуза равна $\sqrt{24^2 + 45^2} = 51$.
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы, поэтому $R = 51 : 2 = 25{,}5$.
**Ответ:** $25{,}5$.

## Задание 17

$S = AD \cdot BH = 17 \cdot 5 = 85$.
**Ответ:** $85$.

## Задание 18

Основание равно $7$, высота равна $2$. Площадь параллелограмма $S = 7 \cdot 2 = 14$.
**Ответ:** $14$.

## Задание 19

Утверждение 1 неверно. Медиана к стороне разностороннего треугольника в общем случае не перпендикулярна этой стороне.
Утверждение 2 верно. Это свойство равнобедренного треугольника.
Утверждение 3 неверно. У равнобедренной трапеции диагонали равны, но она не является прямоугольником.
**Ответ:** 2.

## Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 25x - 100 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+4) - 25(x+4) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+4)(x^2-25) = (x+4)(x-5)(x+5) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-5;\ -4;\ 5$.
**Ответ:** $-5;\ -4;\ 5$.

## Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 12 км/ч, второго 18 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 45 мин. Расстояние между посёлками $51$ км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло $t$ ч. Остановка длилась $\dfrac{3}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \dfrac{3}{4}$ ч, второй — $t$ ч.

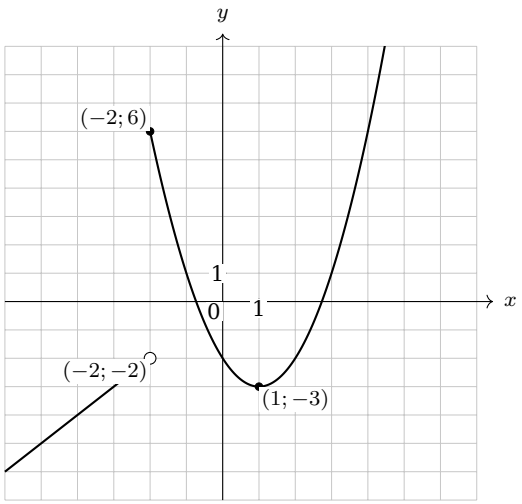
Сумма путей: $12(t - \dfrac{3}{4}) + 18t = 51$. Отсюда $30t = 60$, то есть $t = 2$.

Второй велосипедист проехал $18 \cdot 2 = 36$ км. Время движения первого $\dfrac{5}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
**Ответ:** $36$ км.

## Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x-1)^2-3, & x\geq -2,\\ x, & x<-2.\end{cases}$ Определите все значения $m$, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(1;-3)$, оставленная при $x\geq -2$. Точка $(-2;6)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x$ при $x<-2$. Его конечная точка $(-2;-2)$ выколота.
При $m<-3$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=-3$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $-3<m<-2$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три.
При $-2\leq m\leq 6$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки.
При $m>6$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница $6$ включена, поскольку точка $(-2;6)$ принадлежит графику.




**Ответ:** $m=-3$ или $-2\leq m\leq 6$.

## Задание 23

Прямая, параллельная стороне $AC$ треугольника $ABC$, пересекает стороны $AB$ и $BC$ в точках $M$ и $N$. Найдите $BN$, если $MN=5$, $AC=20$, $NC=8$.

Из параллельности $MN$ и $AC$ следует, что треугольники $BMN$ и $BAC$ подобны по двум углам.

Пусть $BN=x$, тогда $BC=x+8$. По подобию $\dfrac{x}{x+8}=\dfrac{5}{20}$.

Отсюда $20x=5(x+8)$, то есть $15x=40$. Получаем $BN=\dfrac{8}{3}$.

**Ответ:** $\dfrac{8}{3}$.

## Задание 24

В остроугольном треугольнике $ABC$ высоты пересекаются в точке $H$.
Докажите, что $\angle BHC = 180^\circ - \angle BAC$.

Пусть $E$ — основание высоты из $B$, а $F$ — основание высоты из $C$. В четырёхугольнике $AEHF$ углы при $E$ и $F$ прямые.
По сумме углов четырёхугольника $\angle EHF + \angle EAF = 180^\circ$. При этом $\angle EAF = \angle BAC$.
Ортоцентр остроугольного треугольника находится внутри него. Лучи $HE$ и $HB$ противоположны, как и лучи $HF$ и $HC$, поэтому $\angle BHC = \angle EHF$. Получаем требуемое равенство.

## Задание 25

В равнобедренном треугольнике $ABC$ известно, что $AB = AC = 17$, $BC = 16$.
Окружность с диаметром $BC$ пересекает стороны $AB$ и $AC$ соответственно в точках $K$ и $L$, отличных от $B$ и $C$. Найдите $KL$.

Углы $BKC$ и $BLC$ прямые, так как опираются на диаметр $BC$. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.
Высота из $A$ к основанию $BC$ делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{8}{17}$.

В прямоугольном треугольнике $BKC$ получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{128}{17}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 17 - \dfrac{128}{17} = \dfrac{161}{17}$.
Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники $AKL$ и $ABC$ подобны.
Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 16 \cdot \dfrac{\frac{161}{17}}{17} = \dfrac{2576}{289}$.

**Ответ:** $\dfrac{2576}{289}$.