Решения. Вариант 24

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Самое высокое значение графика интернета — 22 ГБ в месяце № 6.
Ответ: 6.

Задание 2

Лимит равен 400 минутам. Он превышен в месяцах № 5, 6, 8, 10.
Всего таких месяцев — 4.
Ответ: 4.

Задание 3

Среднее арифметическое: $\dfrac{18+12+20+22}{4}=18$ ГБ.
Ответ: 18.

Задание 4

В этом месяце израсходовано 200 минут и 14 ГБ. Сверх пакета оплачиваются 0 минут и 4 ГБ.
Плата: $470+0\cdot 2+4\cdot 70=750$ руб.
Ответ: 750.

Задание 5

За месяц № 6 использовано 500 минут и 22 ГБ.
«Основной»: $470+100\cdot 2+12\cdot 70=1510$ руб.
«Расширенный»: $680+0\cdot 2+2\cdot 50=780$ руб.
Наименьшая плата — 780 руб.
Ответ: 780.

Задание 6

Сумма в скобках равна $11{,}8$.
$11{,}8:0{,}2=59$.
Ответ: 59.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{415}$ приблизительно равно $-20{,}372$. Его положению на прямой соответствует точка C.
Ответ: 3.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $4^{4\cdot 2-5}=4^{3}=64$.
Ответ: 64.

Задание 9

$4x=48-(10)=38$, поэтому $x=9{,}5$.
Ответ: $9{,}5$.

Задание 10

На 8 делятся числа $8, 16, \ldots, 16$; их 2. Вероятность равна $\dfrac{2}{20} = 0{,}1$.
Ответ: $0{,}1$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен 3, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 3, $y = 3x - 2$.
График Б: коэффициент наклона равен 1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 1. Ему соответствует формула 1, $y = x + 1$.
График В: коэффициент наклона равен -1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 1. Ему соответствует формула 2, $y = -x + 1$.
Ответ: 312.

Задание 12

$h = \dfrac{2S}{a+b} = \dfrac{2 \cdot 112{,}5}{7+18} = 9$.
Ответ: 9.

Задание 13

Получаем $-3x \geq 6$. Делим на -3, меняя знак неравенства.
Множество решений: $(-\infty; -2]$.
Ответ: 4.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{10} = 17 + (10-1) \cdot (-2) = -1$.
Ответ: -1.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 60° - 30° = 90°$.
Ответ: 90.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 88° : 2 = 44°$.
Ответ: 44.

Задание 17

$S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BH = \dfrac{24+7}{2} \cdot 7 = 108{,}5$.
Ответ: $108{,}5$.

Задание 18

Разности координат концов отрезка по горизонтали и вертикали равны 6 и 8. По теореме Пифагора $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.
Ответ: 10.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Диагонали ромба перпендикулярны по теореме.
Утверждение 2 неверно. Для невырожденного треугольника сумма двух сторон строго больше третьей стороны.
Утверждение 3 неверно. Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла.
Ответ: 1.

Задание 20

Решите уравнение $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$.

Обозначим $t = x^2$, тогда $t \geq 0$.
Получим $t^2 - 34t + 225 = 0$, то есть $(t - 9)(t - 25) = 0$.
Оба значения $t = 9$ и $t = 25$ неотрицательны. Из $x^2 = 9$ получаем $x = \pm 3$, из $x^2 = 25$ — $x = \pm 5$.
Ответ: $-5;\ -3;\ 3;\ 5$.

Задание 21

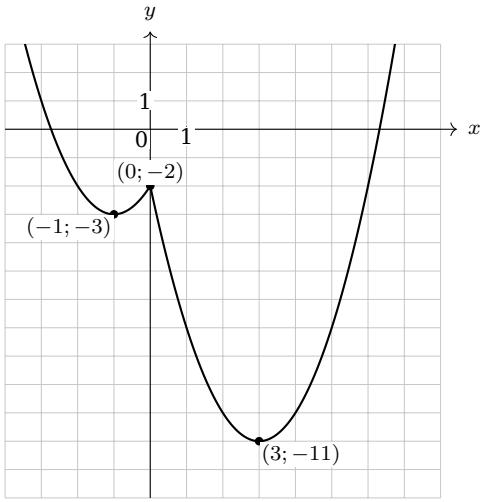
Два велосипедиста проехали один и тот же путь длиной 168 км. Скорость первого на 4 км/ч меньше скорости второго, поэтому первый затратил на путь на 1 ч больше. Найдите скорость первого велосипедиста.

Пусть скорость первого равна x км/ч, $x > 0$. Тогда скорость второго $x + 4$ км/ч.
По условию $\dfrac{168}{x} - \dfrac{168}{x+4} = 1$. Умножив на $x(x+4)$, получаем $672 = 1x(x+4)$.
После деления на 1 и разложения: $(x - 24)(x + 28) = 0$.
Корень $x = -28$ отрицателен и не подходит. Значит, скорость первого равна 24 км/ч. Разность времён действительно равна 1 ч.
Ответ: 24 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 2 - 4|x|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 2t - 2$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 6t - 2$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-1; -3)$ и $(3; -11)$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -2$.
При $m < -11$ пересечений нет; при $m = -11$ одно; при $-11 < m < -3$ два; при $m = -3$ три.
При $-3 < m < -2$ пересечений четыре. При $m = -2$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -2$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -3$ или $m = -2$.

Задание 23

Высота, проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на отрезки 16 и 9. Найдите периметр треугольника.

Гипотенуза равна $16 + 9 = 25$. Обозначим катеты u и v.
Из подобия треугольников, образованных высотой, следует: $u^2 = 25 \cdot 16$ и $v^2 = 25 \cdot 9$.
Поэтому $u = 20$, $v = 15$. Складывая катеты и гипотенузу, получаем $P = 60$.
Ответ: 60.

Задание 24

В трапеции $ABCD$ основаниями являются AD и BC. Точка K — середина боковой стороны CD. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Пусть основания равны a и b, а высота трапеции равна h. Так как K — середина CD, её расстояния до оснований равны $h/2$; это следует из подобия прямоугольных треугольников при проведении перпендикуляров к основаниям.
Поэтому $S_{KAD} = ah/4$, $S_{KBC} = bh/4$. Их сумма равна $(a + b)h/4$, то есть половине площади трапеции.
Треугольники KAD, KBC и KAB составляют всю трапецию без наложения внутренних областей. Следовательно, оставшийся треугольник KAB также занимает половину её площади.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 7$, $MD = 5$. Точка H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD является высотой к гипотенузе.
По подобию треугольников BMD и MCD имеем $BD \cdot DC = MD^2 = 25$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку их стороны соответственно перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны.
Следовательно, $\dfrac{DH}{DC} = \dfrac{BD}{AD}$, откуда $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{25}{7} = \dfrac{25}{7}$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $AH = AD - DH = 7 - \dfrac{25}{7} = \dfrac{24}{7}$.
Ответ: $\dfrac{24}{7}$.