Решения. Вариант 27

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

коридор — 2; гостиная — 6; кухня — 7; кладовая — 3.
Ответ: 2673.

Задание 2

Пол коридора занимает 125 клеток, его площадь $125 \cdot 0{,}5^2 = 31{,}25$ м^2.
Площадь одной плитки: $0{,}25 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$ м^2. Требуется $31{,}25 : 0{,}125 = 250$ плиток.
Нужно $\left\lceil \dfrac{250}{8} \right\rceil = 32$ целых упаковок.
Ответ: 32.

Задание 3

На плане помещение занимает 44 клеток.
Его площадь $44 \cdot 0{,}5^2 = 11$ м^2.
Ответ: 11.

Задание 4

Помещения занимают соответственно 99 и 44 клеток.
Увеличение относительно меньшего помещения равно $\dfrac{99-44}{44} \cdot 100\% = 125\%$.
Ответ: 125.

Задание 5

Тариф «А»: $360 + 4 \cdot 55 = 580$ руб.
Тариф «Б»: $510 + 0 \cdot 35 = 510$ руб.
Безлимитный тариф стоит 765 руб. Наименьшая плата — 510 руб.
Ответ: 510.

Задание 6

Сумма в скобках равна $11{,}5$.
$11{,}5 : 0{,}2 = 57{,}5$.
Ответ: 57,5.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{62}$ приблизительно равно $-7{,}874$. Его положению на прямой соответствует точка A.
Ответ: 1.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $6^{4\cdot 2-5} = 6^3 = 216$.
Ответ: 216.

Задание 9

$5x = -24{,}5 - (13) = -37{,}5$, поэтому $x = -7{,}5$.
Ответ: $-7{,}5$.

Задание 10

На 8 делятся числа $8, 16, \ldots, 48$; их 6. Вероятность равна $\dfrac{6}{50} = 0{,}12$.

Ответ: $0{,}12$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен -2, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 1, $y = -2x - 2$.
График Б: коэффициент наклона равен -1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 0. Ему соответствует формула 2, $y = -x$.
График В: коэффициент наклона равен -3, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 3, $y = -3x - 2$.
Ответ: 123.

Задание 12

Подставляем $F = -13$: $C = \dfrac{5}{9}(-13 - 32) = \dfrac{5}{9} \cdot (-45) = -25$.

Ответ: -25.

Задание 13

$16 = 4^2$. Требуются числа, модуль которых не меньше 4.
Множество решений: $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.
Ответ: 4.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{22} = -16 + (22 - 1) \cdot (-4) = -100$.
Ответ: -100.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 64° - 67° = 49°$.
Ответ: 49.

Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB = 16 : 2 = 8$.
В прямоугольном треугольнике OHB получаем $OH = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.
Ответ: 6.

Задание 17

Сумма соседних сторон равна $20 : 2 = 10$. Вторая сторона: $10 - 4 = 6$.
Площадь равна $4 \cdot 6 = 24$.
Ответ: 24.

Задание 18

Основание равно 6, высота равна 5. Площадь параллелограмма $S = 6 \cdot 5 = 30$.
Ответ: 30.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла.
Утверждение 2 верно. Это свойство равнобедренного треугольника.
Утверждение 3 верно. Это формула площади параллелограмма.
Ответ: 23.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - 36x - 180 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+5) - 36(x+5) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+5)(x^2-36) = (x+5)(x-6)(x+6) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-6;\ -5;\ 6$.
Ответ: $-6;\ -5;\ 6$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 13 км/ч, второго 14 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 15 мин. Расстояние между посёлками $50{,}75$ км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\frac{1}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \frac{1}{4}$ ч, второй — t ч.
Сумма путей: $13(t - \frac{1}{4}) + 14t = \frac{203}{4}$. Отсюда $27t = 54$, то есть $t = 2$.
Второй велосипедист проехал $14 \cdot 2 = 28$ км. Время движения первого $\frac{7}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 28 км.

Задание 22

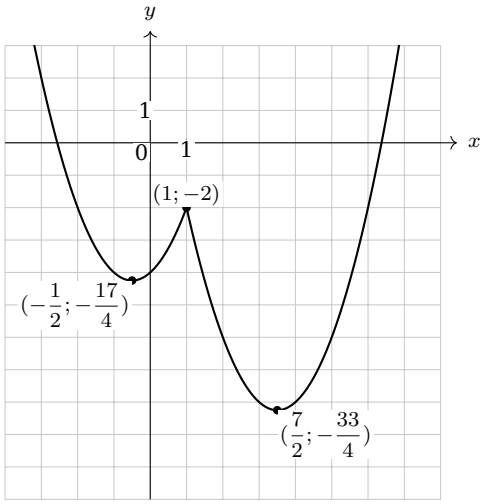
Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 4|x - 1|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x - 1$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 3t - 2$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 5t - 2$.

Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-\frac{3}{2}; -\frac{17}{4})$ и $(\frac{5}{2}; -\frac{33}{4})$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -2$.

При $m < -\frac{33}{4}$ пересечений нет; при $m = -\frac{33}{4}$ одно; при $-\frac{33}{4} < m < -\frac{17}{4}$ два; при $m = -\frac{17}{4}$ три.

При $-\frac{17}{4} < m < -2$ пересечений четыре. При $m = -2$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -2$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -\frac{17}{4}$ или $m = -2$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 6$, $AC = 12$, $NC = 9$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN = x$, тогда $BC = x + 9$. По подобию $\frac{x}{x+9} = \frac{6}{12}$.

Отсюда $12x = 6(x + 9)$, то есть $6x = 54$. Получаем $BN = 9$.

Ответ: 9.

Задание 24

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K. Докажите, что эти биссектрисы перпендикулярны.

В параллелограмме $AD \parallel BC$, поэтому $\angle DAB + \angle ABC = 180°$.

Биссектрисы делят эти углы пополам: $\angle KAB + \angle KBA = 90°$.

Из суммы углов треугольника ABK следует $\angle AKB = 90°$. Значит, биссектрисы перпендикулярны.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 10$, $BC = 12$. Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.

Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{3}{5}$.

В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{36}{5}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 10 - \dfrac{36}{5} = \dfrac{14}{5}$.

Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны. Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 12 \cdot \dfrac{\frac{14}{5}}{10} = \dfrac{84}{25}$.

Ответ: $\dfrac{84}{25}$.