Решения. Вариант 32

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

А4 — размеры № 3, А2 — размеры № 1, А6 — размеры № 2.
Ответ: 312.

Задание 2

При переходе от А0 к А4 число листов удваивается 4 раза.
Получаем $2 \cdot 2^4 = 32$ листов.
Ответ: 32.

Задание 3

Размеры листа равны $10{,}5$ см и $14{,}8$ см.
Площадь $10{,}5 \cdot 14{,}8 = 155{,}4$ см^2.
Ответ: 155,4.

Задание 4

Площадь одного листа: $0{,}148 \cdot 0{,}21 = 0{,}03108$ м^2.
Масса пачки: $\dfrac{0{,}03108 \cdot 100 \cdot 400}{1000} = 1{,}2432$ кг.
После округления получаем $1{,}2$ кг.
Ответ: 1,2.

Задание 5

Всего нужно $725 \cdot 2 = 1450$ листов.
Число пачек: $\left\lceil \dfrac{1450}{400} \right\rceil = 4$.
Стоимость: $4 \cdot 340 = 1360$ руб.
Ответ: 1360.

Задание 6

Вычисляем разность дробей: $6 - \dfrac{6}{5} = \dfrac{24}{5}$.
Умножаем на 4 и получаем $19{,}2$.
Ответ: 19,2.

Задание 7

Значение числа $\sqrt{70}$ приблизительно равно $8{,}367$. Его положению на прямой соответствует точка B.
Ответ: 2.

Задание 8

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$. При данных значениях $x - y \neq 0$, поэтому дробь равна $x + y$.
$20 + 2 = 22$.
Ответ: 22.

Задание 9

Знаменатель не должен быть равен нулю: $x \neq 15$. Из равенства получаем $x - (15) = \frac{5}{2}$.
$x = 17{,}5$. Это значение допустимо, так как числитель $5 \neq 0$.
Ответ: $17{,}5$.

Задание 10

Всего шаров $43+4+3 = 50$. Благоприятных исходов 4, поэтому вероятность равна $\frac{4}{50} = 0{,}08$.
Ответ: $0{,}08$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 1)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 1$.
График Б: это гипербола; знак коэффициента определяется четвертями, а его модуль — значением при $x = 1$. Ему соответствует формула 1, $y = \frac{-2}{x}$.
График В: коэффициент наклона равен 1, а точка пересечения с осью y имеет ординату -1. Ему соответствует формула 3, $y = x - 1$.
Ответ: 213.

Задание 12

$h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 96}{11+21} = 6$.
Ответ: 6.

Задание 13

Получаем $2x \geq 4$. Делим на 2, сохраняя знак неравенства.
Множество решений: $[2; +\infty)$.
Ответ: 1.

Задание 14

$b_n = b_1 q^{n-1}$, поэтому $b_6 = 6 \cdot 3^5 = 1458$.
Ответ: 1458.

Задание 15

По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 30^2 + 16^2 = 1156$. Длина положительна, поэтому $BC = 34$.
Ответ: 34.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 110^\circ : 2 = 55^\circ$.
Ответ: 55.

Задание 17

$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = \frac{20+6}{2} \cdot 11 = 143$.
Ответ: 143.

Задание 18

Основание равно 4, высота равна 4. Площадь параллелограмма $S = 4 \cdot 4 = 16$.
Ответ: 16.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Медиана к стороне разностороннего треугольника в общем случае не перпендикулярна этой стороне.
Утверждение 2 неверно. Равенство углов при основании является свойством равнобедренной трапеции, а не произвольной.
Утверждение 3 верно. Сумма углов треугольника равна 180 градусам.
Ответ: 3.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 6x^2 - 49x - 294 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+6) - 49(x+6) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+6)(x^2-49) = (x+6)(x-7)(x+7) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-7;\ -6;\ 7$.
Ответ: $-7;\ -6;\ 7$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 14 км/ч, второго 17 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 30 мин. Расстояние между посёлками 55 км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\frac{1}{2}$ ч, поэтому первый двигался $t - \frac{1}{2}$ ч, второй — t ч.

Сумма путей: $14(t - \frac{1}{2}) + 17t = 55$. Отсюда $31t = 62$, то есть $t = 2$.

Второй велосипедист проехал $17 \cdot 2 = 34$ км. Время движения первого $\frac{3}{2}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 34 км.

Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x+1)(x^2+6x+6)}{x+1}$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

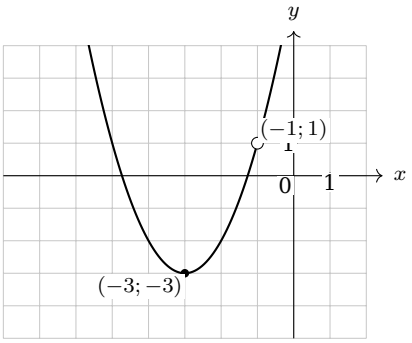
Функция определена при $x \neq -1$. На этой области она равна $y = x^2 + 6x + 6 = (x+3)^2 - 3$.

Строим параболу с вершиной $(-3;-3)$ и выколотой точкой $(-1;1)$.

При $m < -3$ общих точек нет. При $m = -3$ имеется одна точка — вершина.

При $m > -3$ горизонтальная прямая обычно пересекает параболу дважды. При $m = 1$ одна из этих точек выколота, а вторая имеет абсциссу -5 и сохраняется.

Следовательно, ровно одна общая точка получается при $m = -3$ или $m = 1$.



Ответ: $m = -3$ или $m = 1$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 7$, $AC = 21$, $NC = 10$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN = x$, тогда $BC = x + 10$. По подобию $\dfrac{x}{x+10} = \dfrac{7}{21}$.

Отсюда $21x = 7(x+10)$, то есть $14x = 70$. Получаем $BN = 5$.

Ответ: 5.

Задание 24

В треугольнике ABC стороны AB и AC равны. На сторонах AB и AC взяты соответственно точки M и N так, что $BM = CN$. Докажите, что $CM = BN$.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны: $\angle ABC = \angle BCA$.

В треугольниках MBC и NCB имеем $BM = CN$ по условию, $BC = CB$ как общую сторону и равные углы между ними: $\angle MBC = \angle NCB$.

Эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Поэтому соответствующие стороны CM и BN равны.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 26$, $BC = 20$. Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.

Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{5}{13}$.

В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{100}{13}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 26 - \dfrac{100}{13} = \dfrac{238}{13}$.

Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны. Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 20 \cdot \dfrac{\frac{238}{13}}{26} = \dfrac{2380}{169}$.

Ответ: $\dfrac{2380}{169}$.