Решения. Вариант 33

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

В нужном столбце разрешены ширины 195, 205, 215 мм. Наибольшая из них — 215 мм.
Ответ: 215.

Задание 2

$H = 185 \cdot \dfrac{60}{100} = 111$ мм.
Ответ: 111.

Задание 3

Диаметр диска: $15 \cdot 25{,}4 = 381$ мм.
Высота боковины: $195 \cdot \dfrac{60}{100} = 117$ мм.
$D = 381 + 2 \cdot 117 = 615$ мм.
Ответ: 615.

Задание 4

Диаметры дисков одинаковы, поэтому разность радиусов равна разности высот боковин.
$195 \cdot \dfrac{55}{100} - 205 \cdot \dfrac{50}{100} = 4{,}75$ мм.
Ответ: 4,75.

Задание 5

Диаметр нового колеса: $16 \cdot 25{,}4 + 2 \cdot 195 \cdot \dfrac{55}{100} = 620{,}9$ мм.
Длина окружности пропорциональна диаметру.
Увеличение равно $\dfrac{620{,}9 - 615}{615} \cdot 100\% \approx 1\%$.
Ответ: 1.

Задание 6

Сумма в скобках равна $7{,}4$.
$7{,}4 : 0{,}4 = 18{,}5$.
Ответ: 18,5.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{244}$ приблизительно равно $-15{,}62$. Его положению на прямой соответствует точка B.
Ответ: 2.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $2^{2 \cdot 2 - 3} = 2^1 = 2$.
Ответ: 2.

Задание 9

$8x = 45 - (-23) = 68$, поэтому $x = 8{,}5$.
Ответ: $8{,}5$.

Задание 10

На 7 делятся числа $7, 14, \ldots, 49$; их 7. Вероятность равна $\dfrac{7}{50} = 0{,}14$.
Ответ: $0{,}14$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен 1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 2. Ему соответствует формула 1, $y = x + 2$.
График Б: коэффициент наклона равен -1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 2. Ему соответствует формула 3, $y = -x + 2$.
График В: коэффициент наклона равен -2, а точка пересечения с осью y имеет ординату 1. Ему соответствует формула 2, $y = -2x + 1$.
Ответ: 132.

Задание 12

Из формулы $R(R_1 + R_2) = R_1R_2$ получаем $R_2 = \dfrac{RR_1}{R_1 - R}$.
$R_2 = \dfrac{4{,}8 \cdot 8}{8 - 4{,}8} = 12$ Ом.
Ответ: 12.

Задание 13

Нули множителей: -12 и 0. Произведение отрицательно между корнями. Корни включаем, поскольку неравенство нестрогое.
Множество решений: $[-12; 0]$.
Ответ: 3.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{19} = 1 + (19-1) \cdot (-1) = -17$.
Ответ: -17.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 28° - 37° = 115°$.
Ответ: 115.

Задание 16

Радиус OT перпендикулярен касательной PT, поэтому треугольник OTP прямоугольный.
$PT = \sqrt{OP^2 - OT^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$.
Ответ: 12.

Задание 17

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей: $S = \dfrac{14 \cdot 20}{2} = 140$.
Ответ: 140.

Задание 18

Стороны прямоугольника равны 5 и 2, поэтому площадь равна $5 \cdot 2 = 10$.
Ответ: 10.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Это свойство равнобедренного треугольника.
Утверждение 2 неверно. У прямоугольника со сторонами 2 и 3 диагонали не перпендикулярны.
Утверждение 3 верно. Оба вписанных угла равны половине одной и той же дуги.
Ответ: 13.

Задание 20

Решите уравнение $\dfrac{10}{x-24}+\dfrac{10}{x+24}=1$.

Область допустимых значений: $x\neq 24$ и $x\neq -24$.
Умножим уравнение на $(x-24)(x+24)$: $10(x+24)+10(x-24)=x^2-576$.
Получим $x^2-20x-576=0$, или $(x-10)^2=676=26^2$.
Поэтому $x=10-26=-16$ или $x=10+26=36$. Оба корня удовлетворяют ограничениям.
Ответ: $-16;\ 36$.

Задание 21

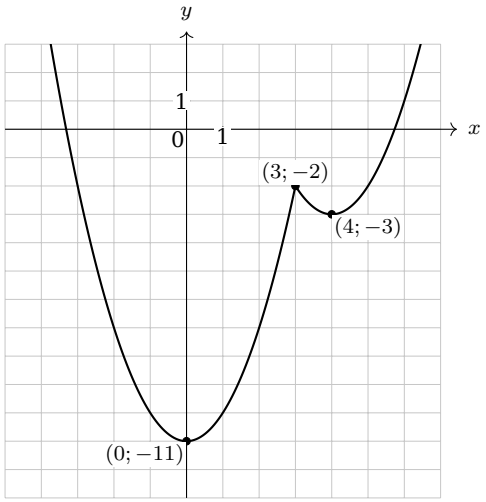
Имеются два сплава с содержанием меди 30% и 70%. Сколько килограммов первого сплава нужно взять, чтобы вместе со вторым получить 60 кг сплава, содержащего 35% меди?

Пусть масса первого сплава равна x кг. Тогда масса второго $60-x$ кг, причём $0<x<60$.
Количество меди сохраняется: $\dfrac{30}{100}x+\dfrac{70}{100}(60-x)=\dfrac{35}{100}\cdot 60$.
Умножим на 100: $30x+4200-70x=2100$. Поэтому $40x=2100$ и $x=\dfrac{105}{2}$.
Это число лежит между 0 и 60, поэтому обе массы положительны.
Ответ: $\dfrac{105}{2}$ кг.

Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 1 - 4|x - 3|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x - 3$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 6t - 2$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 2t - 2$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-3; -11)$ и $(1; -3)$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -2$.
При $m < -11$ пересечений нет; при $m = -11$ одно; при $-11 < m < -3$ два; при $m = -3$ три.
При $-3 < m < -2$ пересечений четыре. При $m = -2$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -2$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -3$ или $m = -2$.

Задание 23

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 26, а основание равно 20. Найдите радиус описанной около него окружности.

Высота к основанию делит его пополам. По теореме Пифагора её длина $h = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$.
Площадь треугольника $S = \dfrac{1}{2} \cdot 20 \cdot 24 = 240$.
По формуле $R = \dfrac{abc}{4S}$ получаем $R = \dfrac{26 \cdot 26 \cdot 20}{4 \cdot 240} = \dfrac{169}{12}$.
Ответ: $\dfrac{169}{12}$.

Задание 24

Точки M и N — середины сторон AB и CD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что четырёхугольник $AMCN$ — параллелограмм.

В исходном параллелограмме $AB \parallel CD$ и $AB = CD$. Поэтому $AM \parallel CN$.
Из свойства середины $AM = AB/2$, $CN = CD/2$, откуда $AM = CN$.
В четырёхугольнике $AMCN$ одна пара противоположных сторон равна и параллельна. По признаку параллелограмма $AMCN$ является параллелограммом.

Задание 25

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$ и $AD > BC$, боковые стороны $AB = 16$, $CD = 34$, основание $BC = 2$. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Пусть M — середина AB. Продолжим DM до пересечения с прямой BC в точке K. При $AD > BC$ точка K лежит за B на луче CB.
Из параллельности оснований $\angle CKD = \angle ADK$, а биссектриса даёт $\angle ADK = \angle KDC$. Поэтому треугольник KCD равнобедренный и $KC = CD$.
Треугольники AMD и BMK равны по стороне и двум прилежащим углам: $AM = BM$, углы при M вертикальные, другие равны при параллельных основаниях. Следовательно, $AD = BK$.
Получаем $AD = KC - BC = 34 - 2 = 32$. Проведём $CP \parallel AB$, где $P \in AD$. Тогда $CP = AB = 16$, $AP = BC = 2$, $PD = AD - BC = 30$.
В треугольнике CPD выполняется $16^2 + 30^2 = 34^2$, поэтому угол CPD прямой. Высота трапеции равна 16.
Площадь $S = \dfrac{32 + 2}{2} \cdot 16 = 272$.
Ответ: 272.