Решения. Вариант 34

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

жилой дом — 3; баня — 6; яблони — 5; теплица — 1.
Ответ: 3651.

Задание 2

Дорожки занимают $10 + 6 + 12 - 2 = 26$ м^2: два пересечения вычитаем, чтобы не считать их дважды.
Одна плитка покрывает 1 м^2, поэтому нужно 26 плиток.
Число упаковок равно $\left\lceil \frac{26}{4} \right\rceil = 7$.
Ответ: 7.

Задание 3

Дом занимает прямоугольник 5×4 клетки без выреза 3×1 клетку: $5 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 17$ клеток.
Одна клетка соответствует $2^2 = 4$ м^2. Площадь равна $17 \cdot 4 = 68$ м^2.
Ответ: 68.

Задание 4

Ближайшие точки — верхний правый угол гаража и нижний левый угол дома.
Расстояние $\sqrt{(4 \cdot 2)^2 + (3 \cdot 2)^2} = 10$ м.
Ответ: 10.

Задание 5

Разница начальных затрат: $(23000 + 13400) - (18000 + 10000) = 8400$ руб.
Газ за час: $1{,}2 \cdot 5 = 6$ руб.; электричество: $6 \cdot 4{,}5 = 27$ руб.
Экономия за час равна 21 руб. Срок: $8400 : 21 = 400$ ч.
Ответ: 400.

Задание 6

$(-10)^2 = 100$, $12^2 = 144$. Поэтому значение выражения равно $100 - 144 = -44$.
Ответ: -44.

Задание 7

Значение числа $\frac{38}{7}$ приблизительно равно $5{,}429$. Его положению на прямой соответствует точка B.
Ответ: 2.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $15 + 2\sqrt{210} + 14 - 2\sqrt{210} = 29$.
Ответ: 29.

Задание 9

Разложение на множители: $(x)(x - 7) = 0$. Корни: 0 и 7.
Требуемый корень равен 0.
Ответ: 0.

Задание 10

Исправных ламп $200 - 22 = 178$. Вероятность равна $\dfrac{178}{200} = 0{,}89$.

Ответ: $0{,}89$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; -1)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 - 1$.
График Б: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 0)$. Ему соответствует формула 3, $y = -2x^2$.
График В: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 1)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 1$.
Ответ: 132.

Задание 12

Выражаем массу: $m = \dfrac{2E}{v^2} = \dfrac{2 \cdot 32}{4^2} = 4$ кг.

Ответ: 4.

Задание 13

Первое неравенство даёт $x > 2$, второе — $x \leq 13$. Берём пересечение этих промежутков.
Множество решений: $(2; 13]$.
Ответ: 4.

Задание 14

От первого до 17-го ряда число мест увеличивается 16 раз: $14 + 16 \cdot 5 = 94$.
Ответ: 94.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$, поэтому каждый равен 69°.
Ответ: 69.

Задание 16

Гипотенуза равна $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$.
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы, поэтому $R = 15 : 2 = 7{,}5$.
Ответ: $7{,}5$.

Задание 17

$S = AD \cdot BH = 11 \cdot 9 = 99$.
Ответ: 99.

Задание 18

Разности координат концов отрезка по горизонтали и вертикали равны 4 и 3. По теореме Пифагора $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.
Ответ: 5.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Это свойство равнобедренного треугольника.
Утверждение 2 неверно. В формуле площади трапеции нужна полусумма оснований.
Утверждение 3 неверно. Медиана к стороне разностороннего треугольника в общем случае не перпендикулярна этой стороне.
Ответ: 1.

Задание 20

Решите уравнение $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$.

Обозначим $t = x^2$, тогда $t \geq 0$.
Получим $t^2 - 17t + 16 = 0$, то есть $(t - 1)(t - 16) = 0$.
Оба значения $t = 1$ и $t = 16$ неотрицательны. Из $x^2 = 1$ получаем $x = \pm 1$, из $x^2 = 16$ — $x = \pm 4$.
Ответ: $-4;\ -1;\ 1;\ 4$.

Задание 21

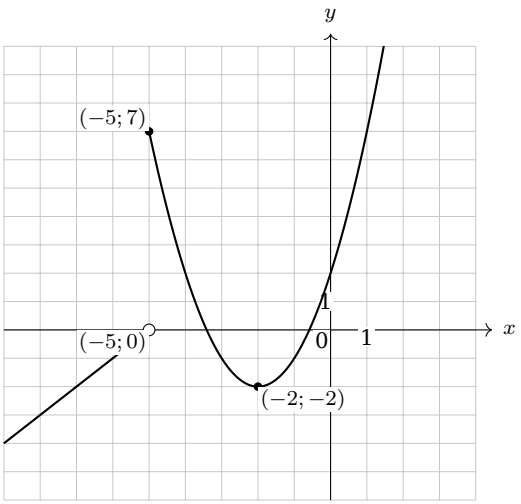
Два велосипедиста проехали один и тот же путь длиной 216 км. Скорость первого на 3 км/ч меньше скорости второго, поэтому первый затратил на путь на 1 ч больше. Найдите скорость первого велосипедиста.

Пусть скорость первого равна x км/ч, $x > 0$. Тогда скорость второго $x + 3$ км/ч.
По условию $\dfrac{216}{x} - \dfrac{216}{x+3} = 1$. Умножив на $x(x+3)$, получаем $648 = 1x(x+3)$.
После деления на 1 и разложения: $(x - 24)(x + 27) = 0$.
Корень $x = -27$ отрицателен и не подходит. Значит, скорость первого равна 24 км/ч. Разность времён действительно равна 1 ч.
Ответ: 24 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x+2)^2-2, & x\geq -5,\\ x+5, & x<-5.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(-2;-2)$, оставленная при $x\geq -5$. Точка $(-5;7)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x+5$ при $x<-5$. Его конечная точка $(-5;0)$ выколота.
При $m<-2$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=-2$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $-2<m<0$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три.
При $0\leq m\leq 7$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки.
При $m>7$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 7 включена, поскольку точка $(-5;7)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=-2$ или $0\leq m\leq 7$.

Задание 23

Высота, проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на отрезки 36 и 9. Найдите периметр треугольника.

Гипотенуза равна $36+9=45$. Обозначим катеты u и v.
Из подобия треугольников, образованных высотой, следует: $u^2=45\cdot 36$ и $v^2=45\cdot 9$.
Поэтому $u=18\sqrt{5}$, $v=9\sqrt{5}$. Складывая катеты и гипотенузу, получаем $P=45+27\sqrt{5}$.
Ответ: $45+27\sqrt{5}$.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H.
Докажите, что $\angle BHC = 180^\circ - \angle BAC$.

Пусть E — основание высоты из B, а F — основание высоты из C. В четырёхугольнике $AEHF$ углы при E и F прямые.
По сумме углов четырёхугольника $\angle EHF + \angle EAF = 180^\circ$. При этом $\angle EAF = \angle BAC$.
Ортоцентр остроугольного треугольника находится внутри него. Лучи HE и HB противоположны, как и лучи HF и HC, поэтому $\angle BHC = \angle EHF$. Получаем требуемое равенство.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 9$, $MD = 7$. Точка H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD является высотой к гипотенузе.
По подобию треугольников BMD и MCD имеем $BD \cdot DC = MD^2 = 49$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку их стороны соответственно перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны.
Следовательно, $\dfrac{DH}{DC} = \dfrac{BD}{AD}$, откуда $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{49}{9} = \dfrac{49}{9}$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $AH = AD - DH = 9 - \dfrac{49}{9} = \dfrac{32}{9}$.
Ответ: $\dfrac{32}{9}$.