Решения. Вариант 35

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

коридор — 2; кухня — 7; гостиная — 6; спальня — 4.
Ответ: 2764.

Задание 2

Пол спальни занимает 99 клеток, его площадь $99 \cdot 0{,}4^2 = 15{,}84$ м^2.
Площадь одной плитки: $0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ м^2. Требуется $15{,}84 : 0{,}08 = 198$ плиток.
Нужно $\left\lceil \dfrac{198}{10} \right\rceil = 20$ целых упаковок.
Ответ: 20.

Задание 3

На плане помещение занимает 20 клеток.
Его площадь $20 \cdot 0{,}4^2 = 3{,}2$ м^2.
Ответ: 3,2.

Задание 4

Помещения занимают соответственно 99 и 30 клеток.
Увеличение относительно меньшего помещения равно $\dfrac{99-30}{30} \cdot 100\% = 230\%$.
Ответ: 230.

Задание 5

Тариф «А»: $370 + 12 \cdot 60 = 1090$ руб.
Тариф «Б»: $520 + 2 \cdot 30 = 580$ руб.
Безлимитный тариф стоит 780 руб. Наименьшая плата — 580 руб.
Ответ: 580.

Задание 6

Вычисляем разность дробей: $\dfrac{19}{8} - \dfrac{17}{10} = \dfrac{27}{40}$.
Умножаем на 5 и получаем $3{,}375$.
Ответ: 3,375.

Задание 7

Значение числа $\sqrt{153}$ приблизительно равно $12{,}369$. Его положению на прямой соответствует точка B.
Ответ: 2.

Задание 8

$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$. При данных значениях $x - y \neq 0$, поэтому дробь равна $x + y$.
$10 + 2 = 12$.
Ответ: 12.

Задание 9

Знаменатель не должен быть равен нулю: $x \neq -8$. Из равенства получаем $x - (-8) = \frac{3}{5}$.
$x = -7{,}4$. Это значение допустимо, так как числитель $3 \neq 0$.
Ответ: $-7{,}4$.

Задание 10

Всего шаров $42 + 29 + 29 = 100$. Благоприятных исходов 29, поэтому вероятность равна $\frac{29}{100} = 0{,}29$.
Ответ: $0{,}29$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; -1)$. Ему соответствует формула 2, $y = x^2 - 1$.
График Б: коэффициент наклона равен -2, а точка пересечения с осью y имеет ординату 2. Ему соответствует формула 3, $y = -2x + 2$.
График В: это гипербола; знак коэффициента определяется четвертями, а его модуль — значением при $x = 1$. Ему соответствует формула 1, $y = \frac{-3}{x}$.
Ответ: 231.

Задание 12

Подставляем $F = 104$: $C = \frac{5}{9}(104 - 32) = \frac{5}{9} \cdot (72) = 40$.
Ответ: 40.

Задание 13

$196 = 14^2$. Требуются числа, модуль которых не меньше 14.
Множество решений: $(-\infty; -14] \cup [14; +\infty)$.
Ответ: 1.

Задание 14

$b_n = b_1 q^{n-1}$, поэтому $b_6 = 9 \cdot 3^5 = 2187$.
Ответ: 2187.

Задание 15

По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 30^2 + 16^2 = 1156$. Длина положительна, поэтому $BC = 34$.
Ответ: 34.

Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB = 24 : 2 = 12$.
В прямоугольном треугольнике OHB получаем $OH = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$.
Ответ: 9.

Задание 17

Сумма соседних сторон равна $68 : 2 = 34$. Вторая сторона: $34 - 18 = 16$.
Площадь равна $18 \cdot 16 = 288$.
Ответ: 288.

Задание 18

Основание занимает 4 клеток, высота — 5 клеток. Площадь равна $\dfrac{4\cdot 5}{2}=10$.

Ответ: 10.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Это свойство прямоугольного треугольника с углом 30 градусов.
Утверждение 2 неверно. В формуле площади трапеции нужна полусумма оснований.
Утверждение 3 верно. Диагонали ромба перпендикулярны по теореме.
Ответ: 13.

Задание 20

Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y=4,\\ x^2+y^2=10. \end{cases}$

Из первого уравнения выразим $y=4-x$. Подставим во второе: $x^2+(4-x)^2=10$.
После раскрытия скобок и деления на 2 получаем $x^2-4x+3=0$.
Разложим на множители: $(x-1)(x-3)=0$. Следовательно, $x=1$ или $x=3$.
При $x=1$ первое уравнение даёт $y=3$; при $x=3$ получаем $y=1$.
Обе пары удовлетворяют исходной системе: сумма координат равна 4, сумма их квадратов равна 10.
Ответ: $(x;y)=(1;3)$ или $(x;y)=(3;1)$.

Задание 21

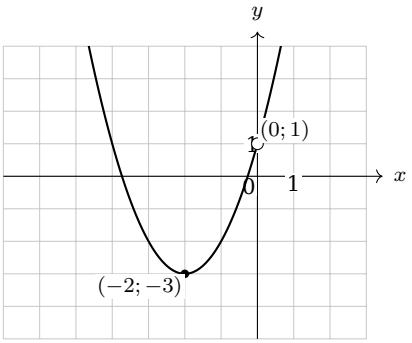
Моторная лодка прошла 44 км по течению реки и 36 км против течения, затратив на весь путь 4 ч. Скорость течения равна 2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Пусть собственная скорость лодки x км/ч. Для движения против течения необходимо $x>2$. Скорости по течению и против течения равны $x+2$ и $x-2$.
Уравнение времени: $\dfrac{44}{x+2}+\dfrac{36}{x-2}=4$.
После умножения на $(x+2)(x-2)$ и приведения получаем $4x^2-80x=0$. Его корни: $x=20$ и $x=0$.
Второй корень не удовлетворяет условию $x>2$. Для $x=20$ времена равны 2 ч и 2 ч, их сумма 4 ч.
Ответ: 20 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x)(x^2+4x+1)}{x}$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Функция определена при $x \neq 0$. На этой области она равна $y = x^2 + 4x + 1 = (x+2)^2 - 3$.
Строим параболу с вершиной $(-2; -3)$ и выколотой точкой $(0; 1)$.
При $m < -3$ общих точек нет. При $m = -3$ имеется одна точка — вершина.
При $m > -3$ горизонтальная прямая обычно пересекает параболу дважды. При $m = 1$ одна из этих точек выколота, а вторая имеет абсциссу -4 и сохраняется.
Следовательно, ровно одна общая точка получается при $m = -3$ или $m = 1$.



Ответ: $m = -3$ или $m = 1$.

Задание 23

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке F. Известно, что $AF = 10$, $BF = 24$. Найдите боковую сторону AB.

Углы при боковой стороне трапеции дополнительны: $\angle A + \angle B = 180^\circ$.
По свойству биссектрис $\angle FAB + \angle FBA = 90^\circ$. Следовательно, $\angle AFB = 90^\circ$.
По теореме Пифагора $AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{100 + 576} = 26$.
Ответ: 26.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что $\angle CC_1B_1 = \angle CBB_1$.

Углы BB_1C и BC_1C прямые. Следовательно, точки B_1 и C_1 лежат на окружности с диаметром BC.
На этой окружности углы CC_1B_1 и CBB_1 являются вписанными и опираются на одну и ту же дугу CB_1. Поэтому они равны.

Задание 25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 9$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 105^\circ$.

Все вершины лежат на окружности с центром M, а AD — её диаметр. По выпуклости вершины B и C находятся на одной полуокружности между A и D.

Противоположные углы вписанного четырёхугольника дополнительны: $\angle A = 75^\circ$, $\angle D = 60^\circ$.

Треугольники AMB и CMD равнобедренные. Поэтому $\angle ABM = 75^\circ$, $\angle MCD = 60^\circ$. Получаем $\angle MBC = \angle BCM = 45^\circ$.

Опустим из M перпендикуляр MT на BC. В равнобедренном треугольнике BMC он делит основание пополам, поэтому $BT = \dfrac{9}{2}$.

В прямоугольном треугольнике BMT радиус $MB = BT/\cos 45^\circ$. Следовательно, $AD = 2MB = 9/\cos 45^\circ = 9\sqrt{2}$.

Ответ: $9\sqrt{2}$.