Решения. Вариант 39

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Самое высокое значение графика интернета — 22 ГБ в месяце № 12.
Ответ: 12.

Задание 2

Лимит равен 350 минутам. Он превышен в месяцах № 1, 3, 4, 6, 7, 8.
Всего таких месяцев — 6.
Ответ: 6.

Задание 3

Среднее арифметическое: $\dfrac{12+14+8+16}{4} = 12{,}5$ ГБ.
Ответ: $12{,}5$.

Задание 4

В этом месяце израсходовано 200 минут и 12 ГБ. Сверх пакета оплачиваются 0 минут и 2 ГБ.
Плата: $490 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 65 = 620$ руб.
Ответ: 620.

Задание 5

За месяц № 8 использовано 600 минут и 16 ГБ.
«Основной»: $490 + 250 \cdot 2 + 6 \cdot 65 = 1380$ руб.
«Расширенный»: $710 + 100 \cdot 2 + 0 \cdot 50 = 910$ руб.
Наименьшая плата — 910 руб.
Ответ: 910.

Задание 6

Сумма в скобках равна $9{,}9$.
$9{,}9 : 0{,}5 = 19{,}8$.
Ответ: $19{,}8$.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{41}$ приблизительно равно $-6{,}403$. Его положению на прямой соответствует точка C.
Ответ: 3.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $2^{4\cdot 2-6} = 2^2 = 4$.
Ответ: 4.

Задание 9

$8x = 56 - (-20) = 76$, поэтому $x = 9{,}5$.
Ответ: $9{,}5$.

Задание 10

На 4 делятся числа $4, 8, \ldots, 100$; их 25. Вероятность равна $\dfrac{25}{100} = 0{,}25$.

Ответ: $0{,}25$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен 1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 1. Ему соответствует формула 1, $y = x + 1$.
График Б: коэффициент наклона равен -3, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 2, $y = -3x - 2$.
График В: коэффициент наклона равен 3, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 3, $y = 3x - 2$.
Ответ: 123.

Задание 12

Подставляем $F = 86$: $C = \dfrac{5}{9}(86 - 32) = \dfrac{5}{9} \cdot (54) = 30$.

Ответ: 30.

Задание 13

$4 = 2^2$. Требуются числа, модуль которых больше 2.
Множество решений: $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
Ответ: 1.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{11} = 13 + (11 - 1) \cdot (-6) = -47$.
Ответ: -47.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 40° - 72° = 68°$.
Ответ: 68.

Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB = 24 : 2 = 12$.
В прямоугольном треугольнике OHB получаем $OH = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$.
Ответ: 9.

Задание 17

Сумма соседних сторон равна $48 : 2 = 24$. Вторая сторона: $24 - 8 = 16$.
Площадь равна $8 \cdot 16 = 128$.
Ответ: 128.

Задание 18

Разности координат концов отрезка по горизонтали и вертикали равны 3 и 4.
По теореме Пифагора $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.
Ответ: 5.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Равенство углов при основании является свойством равнобедренной трапеции, а не произвольной.
Утверждение 2 верно. Вертикальные углы равны по теореме.
Утверждение 3 верно. Оба вписанных угла равны половине одной и той же дуги.
Ответ: 23.

Задание 20

Решите уравнение $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$.

Обозначим $t = x^2$, тогда $t \geq 0$.
Получим $t^2 - 29t + 100 = 0$, то есть $(t - 4)(t - 25) = 0$.
Оба значения $t = 4$ и $t = 25$ неотрицательны. Из $x^2 = 4$ получаем $x = \pm 2$, из $x^2 = 25$ — $x = \pm 5$.
Ответ: $-5;\ -2;\ 2;\ 5$.

Задание 21

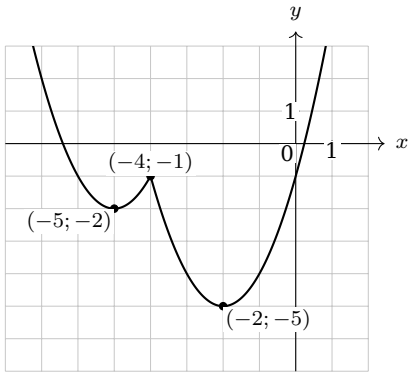
Два велосипедиста проехали один и тот же путь длиной 80 км. Скорость первого на 4 км/ч меньше скорости второго, поэтому первый затратил на путь на 1 ч больше. Найдите скорость первого велосипедиста.

Пусть скорость первого равна x км/ч, $x > 0$. Тогда скорость второго $x + 4$ км/ч.
По условию $\dfrac{80}{x} - \dfrac{80}{x+4} = 1$. Умножив на $x(x+4)$, получаем $320 = 1x(x+4)$.
После деления на 1 и разложения: $(x - 16)(x + 20) = 0$.
Корень $x = -20$ отрицателен и не подходит. Значит, скорость первого равна 16 км/ч. Разность времён действительно равна 1 ч.
Ответ: 16 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 + 7x + 11 - 3|x + 4|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x + 4$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 2t - 1$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 4t - 1$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-1; -2)$ и $(2; -5)$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -1$.
При $m < -5$ пересечений нет; при $m = -5$ одно; при $-5 < m < -2$ два; при $m = -2$ три.
При $-2 < m < -1$ пересечений четыре. При $m = -1$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -1$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -2$ или $m = -1$.

Задание 23

Высота, проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на отрезки 8 и 32. Найдите периметр треугольника.

Гипотенуза равна $8 + 32 = 40$. Обозначим катеты u и v.
Из подобия треугольников, образованных высотой, следует: $u^2 = 40{\cdot}8$ и $v^2 = 40{\cdot}32$. Поэтому $u = 8\sqrt{5}$, $v = 16\sqrt{5}$. Складывая катеты и гипотенузу, получаем $P = 40 + 24\sqrt{5}$.
Ответ: $40 + 24\sqrt{5}$.

Задание 24

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K. Докажите, что эти биссектрисы перпендикулярны.

В параллелограмме $AD \parallel BC$, поэтому $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$.
Биссектрисы делят эти углы пополам: $\angle KAB + \angle KBA = 90^\circ$.
Из суммы углов треугольника ABK следует $\angle AKB = 90^\circ$. Значит, биссектрисы перпендикулярны.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 10$, $MD = 8$. Точка H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD является высотой к гипотенузе.
По подобию треугольников BMD и MCD имеем $BD \cdot DC = MD^2 = 64$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку их стороны соответственно перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны.
Следовательно, $\dfrac{DH}{DC} = \dfrac{BD}{AD}$, откуда $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{64}{10} = \dfrac{32}{5}$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $AH = AD - DH = 10 - \dfrac{32}{5} = \dfrac{18}{5}$.
Ответ: $\dfrac{18}{5}$.