# Решения. Вариант 42

**Материалы для проверки.** В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

## Задание 1

сарай — 4; жилой дом — 3; баня — 6; яблони — 5.
**Ответ:** 4365.

## Задание 2

Дорожки занимают $10 + 6 + 12 - 2 = 26$ м$^2$: два пересечения вычитаем, чтобы не считать их дважды.
Одна плитка покрывает $1$ м$^2$, поэтому нужно $26$ плиток.
Число упаковок равно $\left\lceil \frac{26}{8} \right\rceil = 4$.
**Ответ:** 4.

## Задание 3

Сарай занимает $2 \cdot 3 = 6$ клеток.
Одна клетка соответствует $2^2 = 4$ м$^2$. Площадь равна $6 \cdot 4 = 24$ м$^2$.
**Ответ:** 24.

## Задание 4

Высоты построек на плане перекрываются; горизонтальный промежуток между ними составляет 4 клетки.
Расстояние равно $4 \cdot 2 = 8$ м.
**Ответ:** 8.

## Задание 5

Разница начальных затрат: $(26000 + 23000) - (20000 + 11000) = 18000$ руб.
Газ за час: $1{,}5 \cdot 5 = 7{,}5$ руб.; электричество: $10 \cdot 4{,}5 = 45$ руб.
Экономия за час равна $37{,}5$ руб. Срок: $18000 : 37{,}5 = 480$ ч.
**Ответ:** 480.

## Задание 6

Сумма в скобках равна $6{,}2$.
$6{,}2 : 0{,}4 = 15{,}5$.
**Ответ:** 15,5.

## Задание 7

Значение числа $-\sqrt{118}$ приблизительно равно $-10{,}863$. Его положению на прямой соответствует точка $A$.
**Ответ:** 1.

## Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $5^{2 \cdot 2 - 1} = 5^3 = 125$.
**Ответ:** 125.

## Задание 9

$8x = -29 - (7) = -36$, поэтому $x = -4{,}5$.
**Ответ:** $-4{,}5$.

## Задание 10

На $4$ делятся числа $4, 8, \ldots, 40$; их $10$. Вероятность равна $\dfrac{10}{40} = 0{,}25$.

**Ответ:** $0{,}25$.

## Задание 11

График А: коэффициент наклона равен $3$, а точка пересечения с осью $y$ имеет ординату $1$. Ему соответствует формула 3, $y = 3x + 1$.
График Б: коэффициент наклона равен $1$, а точка пересечения с осью $y$ имеет ординату $1$. Ему соответствует формула 2, $y = x + 1$.
График В: коэффициент наклона равен $-1$, а точка пересечения с осью $y$ имеет ординату $2$. Ему соответствует формула 1, $y = -x + 2$.
**Ответ:** 321.

## Задание 12

Выражаем массу: $m = \dfrac{2E}{v^2} = \dfrac{2 \cdot 300}{10^2} = 6$ кг.

**Ответ:** $6$.

## Задание 13

Первое неравенство даёт $x > 2$, второе — $x \le 8$. Берём пересечение этих промежутков.
Множество решений: $(2; 8]$.
**Ответ:** 2.

## Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{16} = 24 + (16-1) \cdot (-3) = -21$.
**Ответ:** $-21$.

## Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 32° - 60° = 88°$.
**Ответ:** $88$.

## Задание 16

Гипотенуза равна $\sqrt{12^2 + 16^2} = 20$.
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы, поэтому $R = 20 : 2 = 10$.
**Ответ:** $10$.

## Задание 17

$S = AD \cdot BH = 8 \cdot 10 = 80$.
**Ответ:** $80$.

## Задание 18

Основание равно $5$, высота равна $4$. Площадь параллелограмма $S = 5 \cdot 4 = 20$.
**Ответ:** $20$.

## Задание 19

Утверждение 1 неверно. Контрпример: треугольники с острыми углами 30 и 60 градусов и с острыми углами 45 и 45 градусов.
Утверждение 2 неверно. Из равенства двух углов следует подобие; размеры треугольников могут различаться.
Утверждение 3 верно. Оба вписанных угла равны половине одной и той же дуги.
**Ответ:** 3.

## Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 25x - 75 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+3) - 25(x+3) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+3)(x^2-25) = (x+3)(x-5)(x+5) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-5;\ -3;\ 5$.
**Ответ:** $-5;\ -3;\ 5$.

## Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 10 км/ч, второго 16 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 15 мин. Расстояние между посёлками $75{,}5$ км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло $t$ ч. Остановка длилась $\frac{1}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \frac{1}{4}$ ч, второй — $t$ ч.

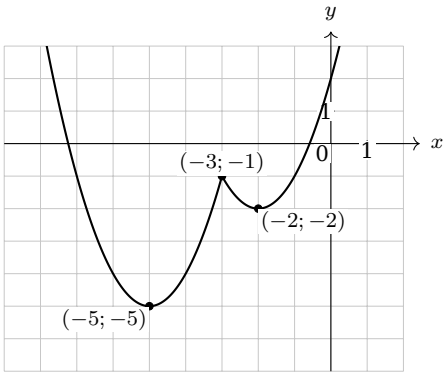
Сумма путей: $10(t - \frac{1}{4}) + 16t = \frac{151}{2}$. Отсюда $26t = 78$, то есть $t = 3$.

Второй велосипедист проехал $16 \cdot 3 = 48$ км. Время движения первого $\frac{11}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
**Ответ:** $48$ км.

## Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 + 7x + 11 - 3|x + 3|$. Определите все значения $m$, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x + 3$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 4t - 1$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 2t - 1$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной $t$: $(-2; -5)$ и $(1; -2)$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = -1$.
При $m < -5$ пересечений нет; при $m = -5$ одно; при $-5 < m < -2$ два; при $m = -2$ три.
При $-2 < m < -1$ пересечений четыре. При $m = -1$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > -1$ остаются две внешние точки.




**Ответ:** $m = -2$ или $m = -1$.

## Задание 23

Прямая, параллельная стороне $AC$ треугольника $ABC$, пересекает стороны $AB$ и $BC$ в точках $M$ и $N$. Найдите $BN$, если $MN = 4$, $AC = 8$, $NC = 12$.

Из параллельности $MN$ и $AC$ следует, что треугольники $BMN$ и $BAC$ подобны по двум углам.

Пусть $BN = x$, тогда $BC = x + 12$. По подобию $\dfrac{x}{x + 12} = \dfrac{4}{8}$.
Отсюда $8x = 4(x + 12)$, то есть $4x = 48$. Получаем $BN = 12$.
**Ответ:** $12$.

## Задание 24

Диагонали трапеции $ABCD$, в которой $AD \parallel BC$, пересекаются в точке $O$. Докажите, что площади треугольников $AOB$ и $COD$ равны.

Треугольники $ABD$ и $ACD$ имеют общее основание $AD$ и равные высоты: вершины $B$ и $C$ лежат на прямой, параллельной $AD$. Поэтому их площади равны.
Треугольник $ABD$ состоит из треугольников $AOB$ и $AOD$, а треугольник $ACD$ — из треугольников $COD$ и $AOD$.
Вычитая из равных площадей общую площадь $AOD$, получаем $S_{AOB} = S_{COD}$.

## Задание 25

В равнобедренном треугольнике $ABC$ известно, что $AB = AC = 15$, $BC = 18$. Окружность с диаметром $BC$ пересекает стороны $AB$ и $AC$ соответственно в точках $K$ и $L$, отличных от $B$ и $C$. Найдите $KL$.

Углы $BKC$ и $BLC$ прямые, так как опираются на диаметр $BC$. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.

Высота из $A$ к основанию $BC$ делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{3}{5}$.

В прямоугольном треугольнике $BKC$ получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{54}{5}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 15 - \dfrac{54}{5} = \dfrac{21}{5}$.

Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники $AKL$ и $ABC$ подобны. Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 18 \cdot \dfrac{\frac{21}{5}}{15} = \dfrac{126}{25}$.

**Ответ:** $\dfrac{126}{25}$.