Решения. Вариант 52

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Иваново — 2; Журавушка — 1; Васильково — 4.
Ответ: 214.

Задание 2

Путь занимает 12 клеток.
Длина пути равна $12 \cdot 1 = 12$ км.
Ответ: 12.

Задание 3

Горизонтальный и вертикальный отрезки имеют длины 12 и 5 км.
По теореме Пифагора расстояние равно $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ км.
Ответ: 13.

Задание 4

От Василькова до Камышина 11 км, от Камышина до Иванова 13 км.
Время в минутах равно $\frac{11}{20} \cdot 60 + \frac{13}{15} \cdot 60 = 85$.
Ответ: 85.

Задание 5

Васильково: $2 \cdot 57 + 1 \cdot 665 + 2 \cdot 843 = 2465$ руб.
Иваново: $2 \cdot 64 + 1 \cdot 635 + 2 \cdot 828 = 2419$ руб.
Камышино: $2 \cdot 54 + 1 \cdot 620 + 2 \cdot 852 = 2432$ руб.
Журавушка: $2 \cdot 49 + 1 \cdot 644 + 2 \cdot 873 = 2488$ руб.
Наименьшая стоимость — 2419 руб.
Ответ: 2419.

Задание 6

$(-8)^2 = 64$, $2^2 = 4$. Поэтому значение выражения равно $64 - 4 = 60$.
Ответ: 60.

Задание 7

Значение числа $\frac{85}{7}$ приблизительно равно 12,143. Его положению на прямой соответствует точка A.
Ответ: 1.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $3 + 2\sqrt{39} + 13 - 2\sqrt{39} = 16$.
Ответ: 16.

Задание 9

Разложение на множители: $(x)(x - 6) = 0$. Корни: 0 и 6.
Требуемый корень равен 0.
Ответ: 0.

Задание 10

Исправных ламп $200 - 19 = 181$. Вероятность равна $\dfrac{181}{200} = 0{,}905$.
Ответ: $0{,}905$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;0)$. Ему соответствует формула 3, $y = -2x^2$.
График Б: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0;2)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 + 2$.
График В: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;2)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 2$.
Ответ: 312.

Задание 12

$h = \dfrac{2S}{a+b} = \dfrac{2 \cdot 100}{5+20} = 8$.
Ответ: 8.

Задание 13

Получаем $-3x > 3$. Делим на -3, меняя знак неравенства.
Множество решений: $(-\infty; -1)$.
Ответ: 4.

Задание 14

От первого до 16-го ряда число мест увеличивается 15 раз: $19 + 15 \cdot 3 = 64$.
Ответ: 64.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$, поэтому каждый равен 42°.
Ответ: 42.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 86^\circ : 2 = 43^\circ$.
Ответ: 43.

Задание 17

$S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BH = \dfrac{16+7}{2} \cdot 5 = 57{,}5$.
Ответ: $57{,}5$.

Задание 18

Основание равно 4, высота равна 3. Площадь параллелограмма $S = 4 \cdot 3 = 12$.
Ответ: 12.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Для невырожденного треугольника сумма двух сторон строго больше третьей стороны.
Утверждение 2 верно. Это свойство равнобедренного треугольника.
Утверждение 3 неверно. Из равенства двух углов следует подобие; размеры треугольников могут различаться.
Ответ: 2.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - 49x - 245 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+5) - 49(x+5) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+5)(x^2-49) = (x+5)(x-7)(x+7) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-7;\ -5;\ 7$.
Ответ: $-7;\ -5;\ 7$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 12 км/ч, второго 15 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 45 мин. Расстояние между посёлками 72 км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\dfrac{3}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \dfrac{3}{4}$ ч, второй — t ч.

Сумма путей: $12(t - \dfrac{3}{4}) + 15t = 72$. Отсюда $27t = 81$, то есть $t = 3$.

Второй велосипедист проехал $15 \cdot 3 = 45$ км. Время движения первого $\dfrac{9}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 45 км.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x-4)^2-2, & x\geq 1,\\ x-1, & x<1.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(4;-2)$, оставленная при $x\geq 1$. Точка $(1;7)$ входит в график.

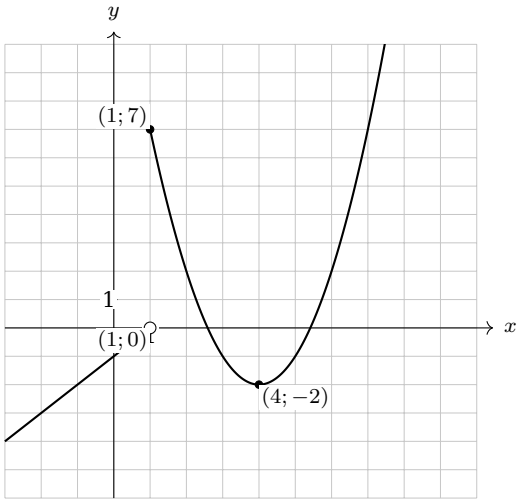
Вторая часть — луч прямой $y=x-1$ при $x<1$. Его конечная точка $(1;0)$ выколота.

При $m<-2$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=-2$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.

При $-2<m<0$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три.

При $0\leq m\leq 7$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки.

При $m>7$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 7 включена, поскольку точка $(1;7)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=-2$ или $0\leq m\leq 7$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN=6$, $AC=24$, $NC=14$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN=x$, тогда $BC=x+14$. По подобию $\dfrac{x}{x+14}=\dfrac{6}{24}$.

Отсюда $24x=6(x+14)$, то есть $18x=84$. Получаем $BN=\dfrac{14}{3}$.

Ответ: $\dfrac{14}{3}$.

Задание 24

В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой, а M — середина гипотенузы AB. Докажите, что $CM = AB/2$.

Продолжим CM за M до точки D так, чтобы $MD = MC$. В четырёхугольнике $ACBD$ диагонали AB и CD пересекаются и делятся пополам, значит, это параллелограмм.
Его угол ACB прямой, поэтому этот параллелограмм является прямоугольником. Диагонали прямоугольника равны: $CD = AB$.
Так как M — середина CD, получаем $CM = CD/2 = AB/2$.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 51$, $BC = 48$. Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.
Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{8}{17}$.
В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{384}{17}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 51 - \dfrac{384}{17} = \dfrac{483}{17}$.
Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны.
Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 48 \cdot \dfrac{\frac{483}{17}}{51} = \dfrac{7728}{289}$.
Ответ: $\dfrac{7728}{289}$.