Решения. Вариант 63

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Самое высокое значение графика интернета — 22 ГБ в месяце № 3.
Ответ: 3.

Задание 2

Лимит равен 350 минутам. Он превышен в месяцах № 1, 3, 4, 5, 10, 12.
Всего таких месяцев — 6.
Ответ: 6.

Задание 3

Среднее арифметическое: $\dfrac{12+14+8+16}{4} = 12{,}5$ ГБ.
Ответ: $12{,}5$.

Задание 4

В этом месяце израсходовано 500 минут и 12 ГБ. Сверх пакета оплачиваются 150 минут и 0 ГБ.
Плата: $520 + 150 \cdot 2 + 0 \cdot 65 = 820$ руб.
Ответ: 820.

Задание 5

За месяц № 5 использовано 600 минут и 8 ГБ.
«Основной»: $520 + 250 \cdot 2 + 0 \cdot 65 = 1020$ руб.
«Расширенный»: $755 + 100 \cdot 2 + 0 \cdot 50 = 955$ руб.
Наименьшая плата — 955 руб.
Ответ: 955.

Задание 6

Сумма в скобках равна $9{,}9$.
$9{,}9 : 0{,}4 = 24{,}75$.
Ответ: $24{,}75$.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{479}$ приблизительно равно $-21{,}886$. Его положению на прямой соответствует точка A.
Ответ: 1.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $4^{4\cdot 2-5} = 4^{3} = 64$.
Ответ: 64.

Задание 9

$5x = -21{,}5 - (1) = -22{,}5$, поэтому $x = -4{,}5$.
Ответ: $-4{,}5$.

Задание 10

На 6 делятся числа $6, 12, \ldots, 96$; их 16. Вероятность равна $\dfrac{16}{100} = 0{,}16$.
Ответ: $0{,}16$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен -2, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 2, $y = -2x - 2$.
График Б: коэффициент наклона равен -3, а точка пересечения с осью y имеет ординату 0. Ему соответствует формула 3, $y = -3x$.
График В: коэффициент наклона равен -1, а точка пересечения с осью y имеет ординату -2. Ему соответствует формула 1, $y = -x - 2$.
Ответ: 231.

Задание 12

Подставляем $F = 104$: $C = \dfrac{5}{9}(104 - 32) = \dfrac{5}{9} \cdot (72) = 40$.
Ответ: 40.

Задание 13

$16 = 4^2$. Требуются числа, модуль которых больше 4.
Множество решений: $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.
Ответ: 1.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_{13} = 2 + (13 - 1) \cdot (-5) = -58$.
Ответ: -58.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 33° - 38° = 109°$.
Ответ: 109.

Задание 16

Перпендикуляр из центра к хорде делит её пополам, поэтому $HB = 72 : 2 = 36$.
В прямоугольном треугольнике OHB получаем $OH = \sqrt{39^2 - 36^2} = 15$.
Ответ: 15.

Задание 17

Сумма соседних сторон равна $42 : 2 = 21$. Вторая сторона: $21 - 18 = 3$.
Площадь равна $18 \cdot 3 = 54$.
Ответ: 54.

Задание 18

Стороны прямоугольника равны 5 и 3, поэтому площадь равна $5 \cdot 3 = 15$.
Ответ: 15.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Это свойство касательной к окружности.
Утверждение 2 верно. Это формула площади параллелограмма.
Утверждение 3 неверно. Из равенства двух углов следует подобие; размеры треугольников могут различаться.
Ответ: 12.

Задание 20

Решите уравнение $\dfrac{20}{x-48}+\dfrac{20}{x+48}=1$.

Область допустимых значений: $x\neq 48$ и $x\neq -48$.
Умножим уравнение на $(x-48)(x+48)$: $20(x+48)+20(x-48)=x^2-2304$.
Получим $x^2-40x-2304=0$, или $(x-20)^2=2704=52^2$.
Поэтому $x=20-52=-32$ или $x=20+52=72$. Оба корня удовлетворяют ограничениям.
Ответ: $-32;\ 72$.

Задание 21

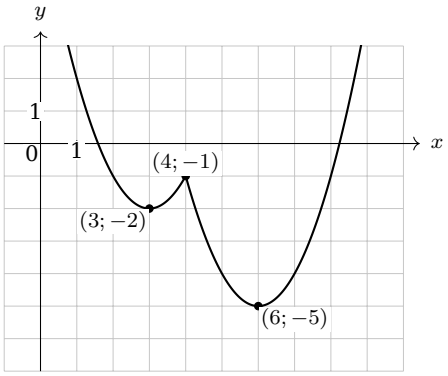
Имеются два сплава с содержанием меди 10% и 70%. Сколько килограммов первого сплава нужно взять, чтобы вместе со вторым получить 70 кг сплава, содержащего 45% меди?

Пусть масса первого сплава равна x кг. Тогда масса второго $70-x$ кг, причём $0<x<70$.
Количество меди сохраняется: $\dfrac{10}{100}x+\dfrac{70}{100}(70-x)=\dfrac{45}{100}\cdot 70$.
Умножим на 100: $10x+4900-70x=3150$. Поэтому $60x=1750$ и $x=\dfrac{175}{6}$.
Это число лежит между 0 и 70, поэтому обе массы положительны.
Ответ: $\dfrac{175}{6}$ кг.

Задание 22

Постройте график функции $y=x^2-9x+19-3|x-4|$. Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t=x-4$. При $t<0$ получаем $y=t^2+2t-1$, при $t\geq 0$ — $y=t^2-4t-1$.
Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-1;-2)$ и $(2;-5)$. В точке $t=0$ обе части дают $y=-1$.
При $m<-5$ пересечений нет; при $m=-5$ одно; при $-5<m<-2$ два; при $m=-2$ три.
При $-2<m<-1$ пересечений четыре. При $m=-1$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m>-1$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m=-2$ или $m=-1$.

Задание 23

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 52, а основание равно 40. Найдите радиус описанной около него окружности.

Высота к основанию делит его пополам. По теореме Пифагора её длина $h = \sqrt{52^2 - 20^2} = 48$.

Площадь треугольника $S = \dfrac{1}{2} \cdot 40 \cdot 48 = 960$.

По формуле $R = \dfrac{abc}{4S}$ получаем $R = \dfrac{52 \cdot 52 \cdot 40}{4 \cdot 960} = \dfrac{169}{6}$.

Ответ: $\dfrac{169}{6}$.

Задание 24

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K. Докажите, что эти биссектрисы перпендикулярны.

В параллелограмме $AD \parallel BC$, поэтому $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$.
Биссектрисы делят эти углы пополам: $\angle KAB + \angle KBA = 90^\circ$.
Из суммы углов треугольника ABK следует $\angle AKB = 90^\circ$. Значит, биссектрисы перпендикулярны.

Задание 25

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$ и $AD > BC$, боковые стороны $AB = 32$, $CD = 68$, основание $BC = 4$. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Пусть M — середина AB. Продолжим DM до пересечения с прямой BC в точке K. При $AD > BC$ точка K лежит за B на луче CB.
Из параллельности оснований $\angle CKD = \angle ADK$, а биссектриса даёт $\angle ADK = \angle KDC$. Поэтому треугольник KCD равнобедренный и $KC = CD$.
Треугольники AMD и BMK равны по стороне и двум прилежащим углам: $AM = BM$, углы при M вертикальные, другие равны при параллельных основаниях. Следовательно, $AD = BK$.
Получаем $AD = KC - BC = 68 - 4 = 64$. Проведём $CP \parallel AB$, где $P \in AD$. Тогда $CP = AB = 32$, $AP = BC = 4$, $PD = AD - BC = 60$.
В треугольнике CPD выполняется $32^2 + 60^2 = 68^2$, поэтому угол CPD прямой. Высота трапеции равна 32.

Площадь $S = \dfrac{64 + 4}{2} \cdot 32 = 1088$.

Ответ: 1088.