Решения. Вариант 64

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

А6 — размеры № 1, А4 — размеры № 3, А2 — размеры № 2.
Ответ: 132.

Задание 2

При переходе от А1 к А5 число листов удваивается 4 раза.
Получаем $3 \cdot 2^4 = 48$ листов.
Ответ: 48.

Задание 3

Размеры листа равны $10{,}5$ см и $14{,}8$ см.
Площадь $10{,}5 \cdot 14{,}8 = 155{,}4$ см^2.
Ответ: 155,4.

Задание 4

Площадь одного листа: $0{,}297 \cdot 0{,}42 = 0{,}12474$ м^2.
Масса пачки: $\dfrac{0{,}12474 \cdot 90 \cdot 250}{1000} = 2{,}80665$ кг.
После округления получаем $2{,}8$ кг.
Ответ: 2,8.

Задание 5

Всего нужно $865 \cdot 3 = 2595$ листов.
Число пачек: $\left\lceil \dfrac{2595}{250} \right\rceil = 11$.
Стоимость: $11 \cdot 420 = 4620$ руб.
Ответ: 4620.

Задание 6

$(-18)^2 = 324$, $4^2 = 16$. Поэтому значение выражения равно $324 - 16 = 308$.
Ответ: 308.

Задание 7

Значение числа $\dfrac{128}{11}$ приблизительно равно $11{,}636$. Его положению на прямой соответствует точка C.
Ответ: 3.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $15 + 2\sqrt{165} + 11 - 2\sqrt{165} = 26$.
Ответ: 26.

Задание 9

Разложение на множители: $(x-1)(x-8) = 0$. Корни: 1 и 8.
Требуемый корень равен 1.
Ответ: 1.

Задание 10

Исправных ламп $1000 - 6 = 994$. Вероятность равна $\dfrac{994}{1000} = 0{,}994$.
Ответ: $0{,}994$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;1)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 1$.
График Б: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0;1)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 + 1$.
График В: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0;0)$. Ему соответствует формула 3, $y = 2x^2$.
Ответ: 213.

Задание 12

$h = \dfrac{2S}{a+b} = \dfrac{2 \cdot 65}{6+20} = 5$.
Ответ: 5.

Задание 13

Получаем $2x \geq -4$. Делим на 2, сохраняя знак неравенства.
Множество решений: $[-2; +\infty)$.
Ответ: 4.

Задание 14

От первого до 13-го ряда число мест увеличивается 12 раз: $14 + 12 \cdot 2 = 38$.
Ответ: 38.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$, поэтому каждый равен 46°.
Ответ: 46.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 140^\circ : 2 = 70^\circ$.
Ответ: 70.

Задание 17

$S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BH = \dfrac{25 + 7}{2} \cdot 14 = 224$.
Ответ: 224.

Задание 18

Разности координат концов отрезка по горизонтали и вертикали равны 8 и 6. По теореме Пифагора $AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.
Ответ: 10.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Контрпример: треугольники с острыми углами 30 и 60 градусов и с острыми углами 45 и 45 градусов.
Утверждение 2 верно. Вертикальные углы равны по теореме.
Утверждение 3 неверно. Вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла.
Ответ: 2.

Задание 20

Решите уравнение $x^4 - 58x^2 + 441 = 0$.

Обозначим $t = x^2$, тогда $t \geq 0$.
Получим $t^2 - 58t + 441 = 0$, то есть $(t - 9)(t - 49) = 0$.
Оба значения $t = 9$ и $t = 49$ неотрицательны. Из $x^2 = 9$ получаем $x = \pm 3$, из $x^2 = 49$ — $x = \pm 7$.
Ответ: $-7;\ -3;\ 3;\ 7$.

Задание 21

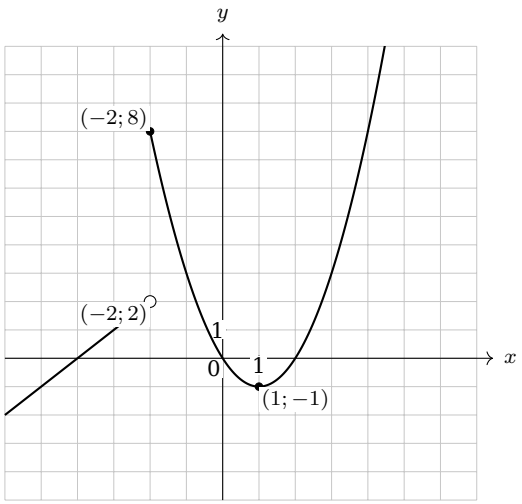
Два велосипедиста проехали один и тот же путь длиной 120 км. Скорость первого на 3 км/ч меньше скорости второго, поэтому первый затратил на путь на 2 ч больше. Найдите скорость первого велосипедиста.

Пусть скорость первого равна x км/ч, $x > 0$. Тогда скорость второго $x + 3$ км/ч.
По условию $\dfrac{120}{x} - \dfrac{120}{x+3} = 2$. Умножив на $x(x+3)$, получаем $360 = 2x(x+3)$.
После деления на 2 и разложения: $(x - 12)(x + 15) = 0$.
Корень $x = -15$ отрицателен и не подходит. Значит, скорость первого равна 12 км/ч. Разность времён действительно равна 2 ч.
Ответ: 12 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x-1)^2-1, & x\geq -2,\\ x+4, & x<-2.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(1;-1)$, оставленная при $x\geq -2$. Точка $(-2;8)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x+4$ при $x<-2$. Его конечная точка $(-2;2)$ выколота.
При $m<-1$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=-1$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $-1<m<2$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три.
При $2\leq m\leq 8$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки.
При $m>8$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 8 включена, поскольку точка $(-2;8)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=-1$ или $2\leq m\leq 8$.

Задание 23

Высота, проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на отрезки 4 и 25. Найдите периметр треугольника.

Гипотенуза равна $4+25=29$. Обозначим катеты u и v.
Из подобия треугольников, образованных высотой, следует: $u^2=29\cdot 4$ и $v^2=29\cdot 25$.
Поэтому $u=2\sqrt{29}$, $v=5\sqrt{29}$. Складывая катеты и гипотенузу, получаем $P=29+7\sqrt{29}$.
Ответ: $29+7\sqrt{29}$.

Задание 24

В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой, а M — середина гипотенузы AB. Докажите, что $CM = AB/2$.

Продолжим CM за M до точки D так, чтобы $MD = MC$. В четырёхугольнике $ACBD$ диагонали AB и CD пересекаются и делятся пополам, значит, это параллелограмм.
Его угол ACB прямой, поэтому этот параллелограмм является прямоугольником. Диагонали прямоугольника равны: $CD = AB$.
Так как M — середина CD, получаем $CM = CD/2 = AB/2$.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 10$, $MD = 7$. Точка H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD является высотой к гипотенузе.
По подобию треугольников BMD и MCD имеем $BD \cdot DC = MD^2 = 49$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку их стороны соответственно перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны.
Следовательно, $\dfrac{DH}{DC} = \dfrac{BD}{AD}$, откуда $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{49}{10} = \dfrac{49}{10}$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $AH = AD - DH = 10 - \dfrac{49}{10} = \dfrac{51}{10}$.
Ответ: $\dfrac{51}{10}$.