Решения. Вариант 70

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

По столбцу диапазонов: 12 м^3 — печь № 2, 8 м^3 — печь № 1, 14 м^3 — печь № 3.
Ответ: 213.

Задание 2

$V = 3{,}8 \cdot 2{,}8 \cdot 2{,}4 = 25{,}536$ м^3.
Ответ: 25,536.

Задание 3

Радиус к верхнему концу вертикальной стороны является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами $20 : 2 = 10$ см и 24 см.
$R = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$ см.
Ответ: 26.

Задание 4

После скидки остаётся 90% цены. Получаем $32800 \cdot \dfrac{90}{100} = 29520$ руб.
Ответ: 29520.

Задание 5

Объём парной равен $25{,}536$ м^3. Подходят печи № 2, 3.
Печь № 2: $32800 + 1100 = 33900$ руб.
Печь № 3: $27200 + 1100 + 5700 = 34000$ руб.
Наименьшая сумма — 33900 руб.
Ответ: 33900.

Задание 6

$(-4)^2 = 16$, $4^2 = 16$. Поэтому значение выражения равно $16 - 16 = 0$.
Ответ: 0.

Задание 7

Значение числа $\dfrac{216}{11}$ приблизительно равно $19{,}636$. Его положению на прямой соответствует точка C.
Ответ: 3.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $15 + 2\sqrt{165} + 11 - 2\sqrt{165} = 26$.
Ответ: 26.

Задание 9

Разложение на множители: $(x + 7)(x - 12) = 0$. Корни: -7 и 12.
Требуемый корень равен -7.
Ответ: -7.

Задание 10

Исправных ламп $1000 - 22 = 978$. Вероятность равна $\dfrac{978}{1000} = 0{,}978$.

Ответ: $0{,}978$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; -2)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 - 2$.
График Б: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; 0)$. Ему соответствует формула 3, $y = 2x^2$.
График В: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; -1)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 - 1$.
Ответ: 231.

Задание 12

Выражаем массу: $m = \dfrac{2E}{v^2} = \dfrac{2 \cdot 300}{10^2} = 6$ кг.

Ответ: 6.

Задание 13

Первое неравенство даёт $x > 1$, второе — $x \leq 5$. Берём пересечение этих промежутков.
Множество решений: $(1; 5]$.
Ответ: 1.

Задание 14

От первого до 20-го ряда число мест увеличивается 19 раз: $13 + 19 \cdot 3 = 70$.
Ответ: 70.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$, поэтому каждый равен 49°.
Ответ: 49.

Задание 16

Гипотенуза равна $\sqrt{24^2 + 45^2} = 51$.
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы, поэтому $R = 51 : 2 = 25{,}5$.
Ответ: $25{,}5$.

Задание 17

$S = AD \cdot BH = 7 \cdot 5 = 35$.
Ответ: 35.

Задание 18

Основание занимает 3 клеток, высота — 2 клеток. Площадь равна $\dfrac{3 \cdot 2}{2} = 3$.

Ответ: 3.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Равенство диагоналей является свойством прямоугольника.
Утверждение 2 неверно. Через центр проходят только хорды, являющиеся диаметрами.
Утверждение 3 неверно. В формуле площади трапеции нужна полусумма оснований.
Ответ: 1.

Задание 20

Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y=5, \\ x^2+y^2=17. \end{cases}$

Из первого уравнения выразим $y=5-x$. Подставим во второе: $x^2+(5-x)^2=17$.
После раскрытия скобок и деления на 2 получаем $x^2-5x+4=0$.
Разложим на множители: $(x-1)(x-4)=0$. Следовательно, $x=1$ или $x=4$.
При $x=1$ первое уравнение даёт $y=4$; при $x=4$ получаем $y=1$.
Обе пары удовлетворяют исходной системе: сумма координат равна 5, сумма их квадратов равна 17.
Ответ: $(x;y)=(1;4)$ или $(x;y)=(4;1)$.

Задание 21

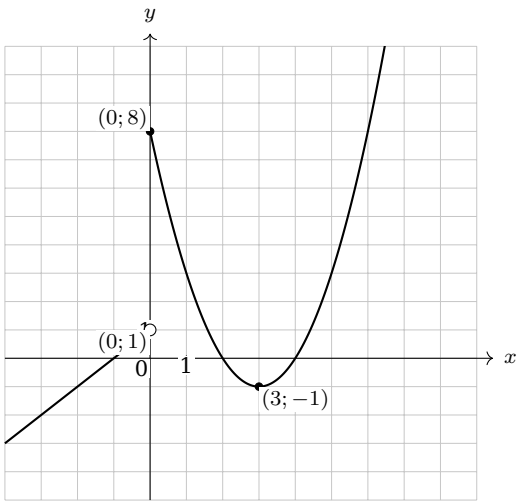
Моторная лодка прошла 75 км по течению реки и 45 км против течения, затратив на весь путь 6 ч. Скорость течения равна 5 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Пусть собственная скорость лодки x км/ч. Для движения против течения необходимо $x>5$. Скорости по течению и против течения равны $x+5$ и $x-5$.
Уравнение времени: $\dfrac{75}{x+5}+\dfrac{45}{x-5}=6$.
После умножения на $(x+5)(x-5)$ и приведения получаем $6x^2-120x=0$. Его корни: $x=20$ и $x=0$.
Второй корень не удовлетворяет условию $x>5$. Для $x=20$ времена равны 3 ч и 3 ч, их сумма 6 ч.
Ответ: 20 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x-3)^2-1, & x\geq 0,\\ x+1, & x<0.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(3;-1)$, оставленная при $x\geq 0$. Точка $(0;8)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x+1$ при $x<0$. Его конечная точка $(0;1)$ выколота.
При $m<-1$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=-1$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $-1<m<1$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три.
При $1\leq m\leq 8$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки.
При $m>8$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 8 включена, поскольку точка $(0;8)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=-1$ или $1\leq m\leq 8$.

Задание 23

В трапеции $ABCD$, $AD\parallel BC$, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке F. Известно, что $AF=32$, $BF=60$. Найдите боковую сторону AB.

Углы при боковой стороне трапеции дополнительны: $\angle A+\angle B=180^\circ$.
По свойству биссектрис $\angle FAB+\angle FBA=90^\circ$. Следовательно, $\angle AFB=90^\circ$.
По теореме Пифагора $AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=\sqrt{1024+3600}=68$.
Ответ: 68.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H.
Докажите, что $\angle BHC=180^\circ-\angle BAC$.

Пусть E — основание высоты из B, а F — основание высоты из C. В четырёхугольнике $AEHF$ углы при E и F прямые.
По сумме углов четырёхугольника $\angle EHF+\angle EAF=180^\circ$. При этом $\angle EAF=\angle BAC$.
Ортоцентр остроугольного треугольника находится внутри него. Лучи HE и HB противоположны, как и лучи HF и HC, поэтому $\angle BHC=\angle EHF$. Получаем требуемое равенство.

Задание 25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC = 16$, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 120^\circ$.

Все вершины лежат на окружности с центром M, а AD — её диаметр. По выпуклости вершины B и C находятся на одной полуокружности между A и D.
Противоположные углы вписанного четырёхугольника дополнительны: $\angle A = 60^\circ$, $\angle D = 60^\circ$.
Треугольники AMB и CMD равнобедренные. Поэтому $\angle ABM = 60^\circ$, $\angle MCD = 60^\circ$.
Получаем $\angle MBC = \angle BCM = 60^\circ$.
Опустим из M перпендикуляр MT на BC. В равнобедренном треугольнике BMC он делит основание пополам, поэтому $BT = 8$.
В прямоугольном треугольнике BMT радиус $MB = BT/\cos 60^\circ$. Следовательно, $AD = 2MB = 16/\cos 60^\circ = 32$.
Ответ: 32.