Решения. Вариант 72

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

А2 — размеры № 2, А3 — размеры № 1, А5 — размеры № 3.
Ответ: 213.

Задание 2

При переходе от А2 к А6 число листов удваивается 4 раза.
Получаем $3 \cdot 2^4 = 48$ листов.
Ответ: 48.

Задание 3

Размеры листа равны $29{,}7$ см и 42 см.
Площадь $29{,}7 \cdot 42 = 1247{,}4$ см^2.
Ответ: 1247,4.

Задание 4

Площадь одного листа: $0{,}297 \cdot 0{,}42 = 0{,}12474$ м^2.
Масса пачки: $\dfrac{0{,}12474 \cdot 100 \cdot 400}{1000} = 4{,}9896$ кг.
После округления получаем 5 кг.
Ответ: 5.

Задание 5

Всего нужно $900 \cdot 4 = 3600$ листов.
Число пачек: $\left\lceil \dfrac{3600}{400} \right\rceil = 9$.
Стоимость: $9 \cdot 440 = 3960$ руб.
Ответ: 3960.

Задание 6

Сумма в скобках равна $7{,}6$.
$7{,}6 : 0{,}8 = 9{,}5$.
Ответ: 9,5.

Задание 7

Значение числа $-\sqrt{285}$ приблизительно равно $-16{,}882$. Его положению на прямой соответствует точка A.
Ответ: 1.

Задание 8

При возведении степени в степень показатели перемножаются, при делении степеней с одинаковым основанием — вычитаются: $3^{3 \cdot 2 - 3} = 3^3 = 27$.
Ответ: 27.

Задание 9

$4x = -17 - (-17) = 0$, поэтому $x = 0$.
Ответ: 0.

Задание 10

На 6 делятся числа $6, 12, \ldots, 96$; их 16. Вероятность равна $\dfrac{16}{100} = 0{,}16$.
Ответ: $0{,}16$.

Задание 11

График А: коэффициент наклона равен 1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 2. Ему соответствует формула 1, $y = x + 2$.
График Б: коэффициент наклона равен -1, а точка пересечения с осью y имеет ординату 1. Ему соответствует формула 3, $y = -x + 1$.
График В: коэффициент наклона равен -2, а точка пересечения с осью y имеет ординату -1. Ему соответствует формула 2, $y = -2x - 1$.
Ответ: 132.

Задание 12

$h = \dfrac{2S}{a+b} = \dfrac{2 \cdot 119}{5 + 29} = 7$.
Ответ: 7.

Задание 13

Получаем $-5x \geq -5$. Делим на -5, меняя знак неравенства.
Множество решений: $(-\infty; 1]$.
Ответ: 3.

Задание 14

$a_n = a_1 + (n-1)d$, поэтому $a_9 = 25 + (9-1) \cdot (6) = 73$.
Ответ: 73.

Задание 15

Сумма углов треугольника равна $180°$. Поэтому $\angle C = 180° - 63° - 64° = 53°$.
Ответ: 53.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 54° : 2 = 27°$.
Ответ: 27.

Задание 17

$S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BH = \dfrac{20 + 4}{2} \cdot 10 = 120$.
Ответ: 120.

Задание 18

Основание равно 6, высота равна 5. Площадь параллелограмма $S = 6 \cdot 5 = 30$.
Ответ: 30.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. У прямоугольника со сторонами 2 и 3 диагонали не перпендикулярны.
Утверждение 2 неверно. Для невырожденного треугольника сумма двух сторон строго больше третьей стороны.
Утверждение 3 верно. Равенство диагоналей является свойством прямоугольника.
Ответ: 3.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 49x - 196 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+4) - 49(x+4) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+4)(x^2-49) = (x+4)(x-7)(x+7) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-7;\ -4;\ 7$.
Ответ: $-7;\ -4;\ 7$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 10 км/ч, второго 13 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 15 мин. Расстояние между посёлками $89{,}5$ км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\frac{1}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \frac{1}{4}$ ч, второй — t ч.

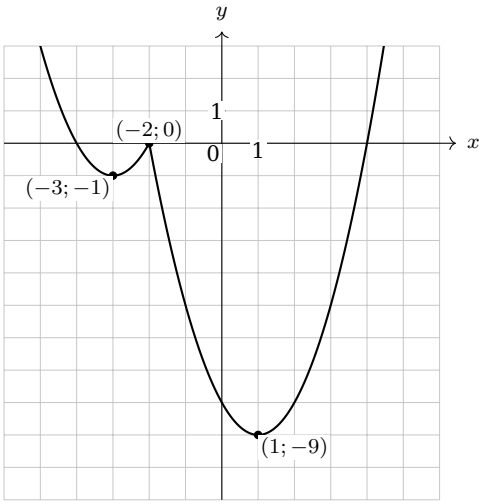
Сумма путей: $10(t - \frac{1}{4}) + 13t = \frac{179}{2}$. Отсюда $23t = 92$, то есть $t = 4$.

Второй велосипедист проехал $13 \cdot 4 = 52$ км. Время движения первого $\frac{15}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 52 км.

Задание 22

Постройте график функции $y = x^2 + 2x - 4|x + 2|$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Положим $t = x + 2$. При $t < 0$ получаем $y = t^2 + 2t + 0$, при $t \geq 0$ — $y = t^2 - 6t + 0$. Вершины ветвей имеют координаты по переменной t: $(-1; -1)$ и $(3; -9)$. В точке $t = 0$ обе части дают $y = 0$.
При $m < -9$ пересечений нет; при $m = -9$ одно; при $-9 < m < -1$ два; при $m = -1$ три.
При $-1 < m < 0$ пересечений четыре. При $m = 0$ центральная точка общая для обеих частей и считается один раз, поэтому получается три точки. При $m > 0$ остаются две внешние точки.



Ответ: $m = -1$ или $m = 0$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 5$, $AC = 10$, $NC = 18$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN = x$, тогда $BC = x + 18$. По подобию $\dfrac{x}{x + 18} = \dfrac{5}{10}$.
Отсюда $10x = 5(x + 18)$, то есть $5x = 90$. Получаем $BN = 18$.
Ответ: 18.

Задание 24

В трапеции $ABCD$ основаниями являются AD и BC. Точка K — середина боковой стороны CD. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Пусть основания равны a и b, а высота трапеции равна h. Так как K — середина CD, её расстояния до оснований равны $h/2$; это следует из подобия прямоугольных треугольников при проведении перпендикуляров к основаниям.
Поэтому $S_{KAD} = ah/4$, $S_{KBC} = bh/4$. Их сумма равна $(a+b)h/4$, то есть половине площади трапеции.
Треугольники KAD, KBC и KAB составляют всю трапецию без наложения внутренних областей. Следовательно, оставшийся треугольник KAB также занимает половину её площади.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 25$, $BC = 30$. Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.
Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{3}{5}$.
В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = 18$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 25 - 18 = 7$.
Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны. Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 30 \cdot \dfrac{7}{25} = \dfrac{42}{5}$.

Ответ: $\dfrac{42}{5}$.