Решения. Вариант 82

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

теплица — 1; яблони — 5; баня — 6; сарай — 4.
Ответ: 1564.

Задание 2

Дорожки занимают $10+6+12-2=26$ м^2. Вместе с площадкой получается $26+64=90$ м^2.
Одна плитка покрывает 1 м^2, поэтому нужно 90 плиток.
Число упаковок равно $\left\lceil \frac{90}{4} \right\rceil = 23$.
Ответ: 23.

Задание 3

Сарай занимает $2 \cdot 3 = 6$ клеток.
Одна клетка соответствует $2^2 = 4$ м^2. Площадь равна $6 \cdot 4 = 24$ м^2.
Ответ: 24.

Задание 4

Горизонтальные проекции построек перекрываются; вертикальный промежуток составляет 2 клетки.
Расстояние равно $2 \cdot 2 = 4$ м.
Ответ: 4.

Задание 5

Разница начальных затрат: $(28000 + 19200) - (23000 + 11000) = 13200$ руб.
Газ за час: $1{,}2 \cdot 10 = 12$ руб.; электричество: $6 \cdot 4{,}5 = 27$ руб.
Экономия за час равна 15 руб. Срок: $13200 : 15 = 880$ ч.
Ответ: 880.

Задание 6

$(-8)^2 = 64$, $6^2 = 36$. Поэтому значение выражения равно $64 - 36 = 28$.
Ответ: 28.

Задание 7

Значение числа $\frac{236}{13}$ приблизительно равно $18{,}154$. Его положению на прямой соответствует точка A.
Ответ: 1.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $7 + 2\sqrt{77} + 11 - 2\sqrt{77} = 18$.
Ответ: 18.

Задание 9

Разложение на множители: $(x+1)(x) = 0$. Корни: -1 и 0.
Требуемый корень равен -1.
Ответ: -1.

Задание 10

Исправных ламп $500 - 8 = 492$. Вероятность равна $\dfrac{492}{500} = 0{,}984$.

Ответ: $0{,}984$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 0)$. Ему соответствует формула 3, $y = -2x^2$.
График Б: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; 2)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 + 2$.
График В: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 2)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 2$.
Ответ: 312.

Задание 12

Выражаем массу: $m = \dfrac{2E}{v^2} = \dfrac{2 \cdot 929{,}5}{13^2} = 11$ кг.

Ответ: 11.

Задание 13

Первое неравенство даёт $x > -4$, второе — $x \le 5$. Берём пересечение этих промежутков.
Множество решений: $(-4; 5]$.
Ответ: 1.

Задание 14

От первого до 10-го ряда число мест увеличивается 9 раз: $12 + 9 \cdot 3 = 39$.
Ответ: 39.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$, поэтому каждый равен 51°.
Ответ: 51.

Задание 16

Гипотенуза равна $\sqrt{16^2 + 30^2} = 34$.
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы, поэтому $R = 34 : 2 = 17$.
Ответ: 17.

Задание 17

$S = AD \cdot BH = 24 \cdot 11 = 264$.
Ответ: 264.

Задание 18

Основание равно 7, высота равна 6. Площадь параллелограмма $S = 7 \cdot 6 = 42$.
Ответ: 42.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Равенство углов при основании является свойством равнобедренной трапеции, а не произвольной.
Утверждение 2 верно. Это формула площади параллелограмма.
Утверждение 3 неверно. Медиана к стороне разностороннего треугольника в общем случае не перпендикулярна этой стороне.
Ответ: 2.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 6x^2 - 81x - 486 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x+6) - 81(x+6) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x+6)(x^2-81) = (x+6)(x-9)(x+9) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-9;\ -6;\ 9$.
Ответ: $-9;\ -6;\ 9$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 12 км/ч, второго 12 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 45 мин. Расстояние между посёлками 87 км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\frac{3}{4}$ ч, поэтому первый двигался $t - \frac{3}{4}$ ч, второй — t ч.

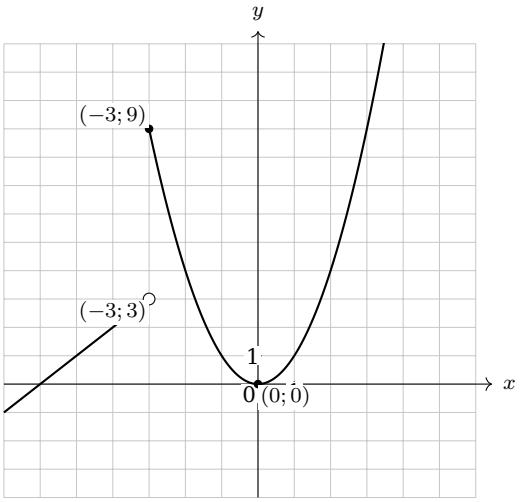
Сумма путей: $12(t - \frac{3}{4}) + 12t = 87$. Отсюда $24t = 96$, то есть $t = 4$.

Второй велосипедист проехал $12 \cdot 4 = 48$ км. Время движения первого $\frac{13}{4}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 48 км.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x)^2+0, & x\geq -3,\\ x+6, & x<-3.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(0;0)$, оставленная при $x\geq -3$. Точка $(-3;9)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x+6$ при $x<-3$. Его конечная точка $(-3;3)$ выколота.
При $m<0$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=0$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $0<m<3$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три. При $3\leq m\leq 9$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки. При $m>9$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 9 включена, поскольку точка $(-3;9)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=0$ или $3\leq m\leq 9$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN=7$, $AC=28$, $NC=20$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN=x$, тогда $BC=x+20$. По подобию $\dfrac{x}{x+20}=\dfrac{7}{28}$.

Отсюда $28x=7(x+20)$, то есть $21x=140$. Получаем $BN=\dfrac{20}{3}$.

Ответ: $\dfrac{20}{3}$.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H.
Докажите, что $\angle BHC = 180^\circ - \angle BAC$.

Пусть E — основание высоты из B, а F — основание высоты из C. В четырёхугольнике $AEHF$ углы при E и F прямые.
По сумме углов четырёхугольника $\angle EHF + \angle EAF = 180^\circ$. При этом $\angle EAF = \angle BAC$.
Ортоцентр остроугольного треугольника находится внутри него. Лучи HE и HB противоположны, как и лучи HF и HC, поэтому $\angle BHC = \angle EHF$. Получаем требуемое равенство.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 85$, $BC = 80$.
Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.
Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{8}{17}$.

В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{640}{17}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 85 - \dfrac{640}{17} = \dfrac{805}{17}$.
Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны.

Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 80 \cdot \dfrac{\frac{805}{17}}{85} = \dfrac{12880}{289}$.

Ответ: $\dfrac{12880}{289}$.