Решения. Вариант 88

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

А3 — размеры № 2, А4 — размеры № 3, А2 — размеры № 1.
Ответ: 231.

Задание 2

При переходе от А1 к А5 число листов удваивается 4 раза.
Получаем $4 \cdot 2^4 = 64$ листов.
Ответ: 64.

Задание 3

Размеры листа равны $14{,}8$ см и 21 см.
Площадь $14{,}8 \cdot 21 = 310{,}8$ см^2.
Ответ: 310,8.

Задание 4

Площадь одного листа: $0{,}21 \cdot 0{,}297 = 0{,}06237$ м^2.
Масса пачки: $\dfrac{0{,}06237 \cdot 70 \cdot 500}{1000} = 2{,}18295$ кг.
После округления получаем $2{,}2$ кг.
Ответ: 2,2.

Задание 5

Всего нужно $970 \cdot 3 = 2910$ листов.
Число пачек: $\left\lceil \dfrac{2910}{500} \right\rceil = 6$.
Стоимость: $6 \cdot 480 = 2880$ руб.
Ответ: 2880.

Задание 6

$(-5)^2 = 25$, $10^2 = 100$. Поэтому значение выражения равно $25 - 100 = -75$.
Ответ: -75.

Задание 7

Значение числа $\dfrac{122}{13}$ приблизительно равно $9{,}385$. Его положению на прямой соответствует точка B.
Ответ: 2.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $2 + 2\sqrt{38} + 19 - 2\sqrt{38} = 21$.
Ответ: 21.

Задание 9

Разложение на множители: $(x+2)(x-2) = 0$. Корни: -2 и 2.
Требуемый корень равен -2.
Ответ: -2.

Задание 10

Исправных ламп $500 - 14 = 486$. Вероятность равна $\dfrac{486}{500} = 0{,}972$.

Ответ: $0{,}972$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 0)$. Ему соответствует формула 3, $y = -2x^2$.
График Б: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; -2)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 - 2$.
График В: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0; -1)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 - 1$.

Ответ: 321.

Задание 12

$h = \dfrac{2S}{a + b} = \dfrac{2 \cdot 175}{9 + 26} = 10$.

Ответ: 10.

Задание 13

Получаем $-5x \geq -50$. Делим на -5, меняя знак неравенства.
Множество решений: $(-\infty; 10]$.

Ответ: 4.

Задание 14

От первого до 20-го ряда число мест увеличивается 19 раз: $32 + 19 \cdot 5 = 127$.

Ответ: 127.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$, поэтому каждый равен 33°.

Ответ: 33.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 144^\circ : 2 = 72^\circ$.

Ответ: 72.

Задание 17

$S = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BH = \dfrac{25 + 9}{2} \cdot 8 = 136$.

Ответ: 136.

Задание 18

Стороны прямоугольника равны 8 и 2, поэтому площадь равна $8 \cdot 2 = 16$.

Ответ: 16.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Например, прямоугольные треугольники с катетами 2 и 6 и с катетами 3 и 4 имеют одинаковую площадь, но не равны.
Утверждение 2 неверно. Из равенства двух углов следует подобие; размеры треугольников могут различаться.
Утверждение 3 верно. Это формула площади параллелограмма.
Ответ: 3.

Задание 20

Решите уравнение $\frac{18}{x-24}+\frac{18}{x+24}=1$.

Область допустимых значений: $x \neq 24$ и $x \neq -24$.
Умножим уравнение на $(x-24)(x+24)$: $18(x+24)+18(x-24)=x^2-576$.
Получим $x^2-36x-576=0$, или $(x-18)^2=900=30^2$.
Поэтому $x=18-30=-12$ или $x=18+30=48$. Оба корня удовлетворяют ограничениям.
Ответ: $-12;\ 48$.

Задание 21

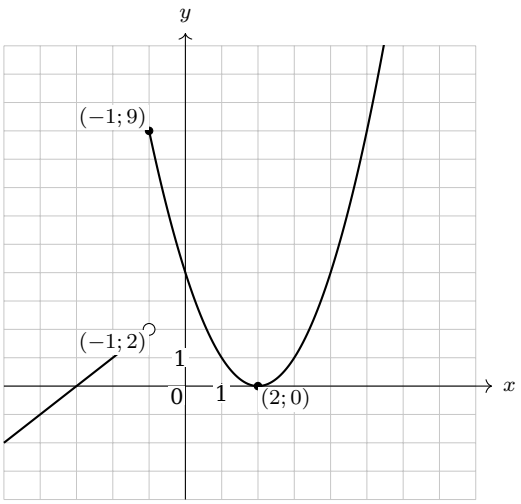
Имеются два сплава с содержанием меди 10% и 65%. Сколько килограммов первого сплава нужно взять, чтобы вместе со вторым получить 80 кг сплава, содержащего 50% меди?

Пусть масса первого сплава равна x кг. Тогда масса второго $80-x$ кг, причём $0<x<80$.
Количество меди сохраняется: $\frac{10}{100}x+\frac{65}{100}(80-x)=\frac{50}{100}\cdot 80$.
Умножим на 100: $10x+5200-65x=4000$. Поэтому $55x=1200$ и $x=\frac{240}{11}$.
Это число лежит между 0 и 80, поэтому обе массы положительны.
Ответ: $\frac{240}{11}$ кг.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x-2)^2+0, & x\geq -1,\\ x+3, & x<-1.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(2;0)$, оставленная при $x\geq -1$. Точка $(-1;9)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x+3$ при $x<-1$. Его конечная точка $(-1;2)$ выколота.
При $m<0$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=0$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $0<m<2$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три. При $2\leq m\leq 9$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки. При $m>9$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 9 включена, поскольку точка $(-1;9)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=0$ или $2\leq m\leq 9$.

Задание 23

В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 30, а основание равно 36. Найдите радиус описанной около него окружности.

Высота к основанию делит его пополам. По теореме Пифагора её длина $h=\sqrt{30^2-18^2}=24$.
Площадь треугольника $S=\dfrac{1}{2}\cdot 36\cdot 24=432$.
По формуле $R=\dfrac{abc}{4S}$ получаем $R=\dfrac{30\cdot 30\cdot 36}{4\cdot 432}=\dfrac{75}{4}$.
Ответ: $\dfrac{75}{4}$.

Задание 24

В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой, а M — середина гипотенузы AB. Докажите, что $CM = AB/2$.

Продолжим CM за M до точки D так, чтобы $MD = MC$. В четырёхугольнике $ACBD$ диагонали AB и CD пересекаются и делятся пополам, значит, это параллелограмм.
Его угол ACB прямой, поэтому этот параллелограмм является прямоугольником. Диагонали прямоугольника равны: $CD = AB$.
Так как M — середина CD, получаем $CM = CD/2 = AB/2$.

Задание 25

В трапеции $ABCD$, $AD \parallel BC$ и $AD > BC$, боковые стороны $AB = 72$, $CD = 78$, основание $BC = 24$. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

Пусть M — середина AB. Продолжим DM до пересечения с прямой BC в точке K. При $AD > BC$ точка K лежит за B на луче CB.
Из параллельности оснований $\angle CKD = \angle ADK$, а биссектриса даёт $\angle ADK = \angle KDC$. Поэтому треугольник KCD равнобедренный и $KC = CD$.
Треугольники AMD и BMK равны по стороне и двум прилежащим углам: $AM = BM$, углы при M вертикальные, другие равны при параллельных основаниях. Следовательно, $AD = BK$.
Получаем $AD = KC - BC = 78 - 24 = 54$. Проведём $CP \parallel AB$, где $P \in AD$. Тогда $CP = AB = 72$, $AP = BC = 24$, $PD = AD - BC = 30$.
В треугольнике CPD выполняется $72^2 + 30^2 = 78^2$, поэтому угол CPD прямой. Высота трапеции равна 72.
Площадь $S = \dfrac{54 + 24}{2} \cdot 72 = 2808$.
Ответ: 2808.