Решения. Вариант 92

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

Иваново — 2; Журавушка — 1; Камышино — 3.
Ответ: 213.

Задание 2

Путь занимает 16 клеток.
Длина пути равна $16 \cdot 2 = 32$ км.
Ответ: 32.

Задание 3

Горизонтальный и вертикальный отрезки имеют длины 24 и 10 км.
По теореме Пифагора расстояние равно $\sqrt{24^2 + 10^2} = 26$ км.
Ответ: 26.

Задание 4

От Василькова до Камышина 22 км, от Камышина до Иванова 26 км.
Время в минутах равно $\frac{22}{16} \cdot 60 + \frac{26}{8} \cdot 60 = 277{,}5$.
Ответ: 277,5.

Задание 5

Васильково: $3 \cdot 69 + 0{,}5 \cdot 660 + 1 \cdot 863 = 1400$ руб.
Иваново: $3 \cdot 59 + 0{,}5 \cdot 645 + 1 \cdot 887 = 1386{,}5$ руб.
Камышино: $3 \cdot 54 + 0{,}5 \cdot 669 + 1 \cdot 908 = 1404{,}5$ руб.
Журавушка: $3 \cdot 62 + 0{,}5 \cdot 690 + 1 \cdot 878 = 1409$ руб.
Наименьшая стоимость — 1386,5 руб.
Ответ: 1386,5.

Задание 6

Вычисляем разность дробей: $1 - \frac{16}{5} = -\frac{11}{5}$.
Умножаем на 5 и получаем -11.
Ответ: -11.

Задание 7

Значение числа $\sqrt{436}$ приблизительно равно 20,881. Его положению на прямой соответствует точка D.
Ответ: 4.

Задание 8

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$. При данных значениях $x - y \neq 0$, поэтому дробь равна $x + y$.
$21 + 2 = 23$.
Ответ: 23.

Задание 9

Знаменатель не должен быть равен нулю: $x \neq -7$. Из равенства получаем $x - (-7) = \frac{7}{4}$.
$x = -5{,}25$. Это значение допустимо, так как числитель $7 \neq 0$.
Ответ: $-5{,}25$.

Задание 10

Всего шаров $43+5+2 = 50$. Благоприятных исходов 5, поэтому вероятность равна $\frac{5}{50} = 0{,}1$.
Ответ: $0{,}1$.

Задание 11

График А: это гипербола; знак коэффициента определяется четвертями, а его модуль — значением при $x = 1$. Ему соответствует формула 1, $y = \frac{-2}{x}$.
График Б: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0; 1)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 1$.
График В: коэффициент наклона равен 2, а точка пересечения с осью y имеет ординату 1. Ему соответствует формула 3, $y = 2x + 1$.
Ответ: 123.

Задание 12

$h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 192{,}5}{10+25} = 11$.
Ответ: 11.

Задание 13

Получаем $-3x > -3$. Делим на -3, меняя знак неравенства.
Множество решений: $(-\infty; 1)$.
Ответ: 3.

Задание 14

$b_n = b_1 q^{n-1}$, поэтому $b_4 = 7 \cdot 2^3 = 56$.
Ответ: 56.

Задание 15

По теореме Пифагора $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 48^2 + 20^2 = 2704$. Длина положительна, поэтому $BC = 52$.
Ответ: 52.

Задание 16

Вписанный угол ACB опирается на ту же дугу, что и указанный центральный угол. Поэтому $\angle ACB = 70^\circ : 2 = 35^\circ$.
Ответ: 35.

Задание 17

$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH = \frac{24+6}{2} \cdot 10 = 150$.
Ответ: 150.

Задание 18

Основание равно 4, высота равна 2. Площадь параллелограмма $S = 4 \cdot 2 = 8$.
Ответ: 8.

Задание 19

Утверждение 1 неверно. Контрпример: треугольники с острыми углами 30 и 60 градусов и с острыми углами 45 и 45 градусов.
Утверждение 2 неверно. У прямоугольника со сторонами 2 и 3 диагонали не перпендикулярны.
Утверждение 3 верно. Оба вписанных угла равны половине одной и той же дуги.
Ответ: 3.

Задание 20

Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 49x - 147 = 0$.

Сгруппируем слагаемые: $x^2(x + 3) - 49(x + 3) = 0$.
Вынесем общий множитель и применим разность квадратов: $(x + 3)(x^2 - 49) = (x + 3)(x - 7)(x + 7) = 0$.
Произведение равно нулю, когда хотя бы один множитель равен нулю. Получаем корни $-7;\ -3;\ 7$.
Ответ: $-7;\ -3;\ 7$.

Задание 21

Из двух посёлков одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 14 км/ч, второго 18 км/ч. Первый сделал до встречи остановку на 30 мин. Расстояние между посёлками 121 км. Какое расстояние до встречи проехал второй велосипедист?

Пусть до встречи прошло t ч. Остановка длилась $\frac{1}{2}$ ч, поэтому первый двигался $t - \frac{1}{2}$ ч, второй — t ч.

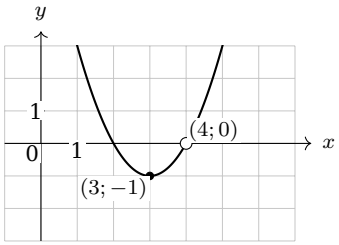
Сумма путей: $14(t - \frac{1}{2}) + 18t = 121$. Отсюда $32t = 128$, то есть $t = 4$.

Второй велосипедист проехал $18 \cdot 4 = 72$ км. Время движения первого $\frac{7}{2}$ ч положительно; сумма обоих путей совпадает с условием.
Ответ: 72 км.

Задание 22

Постройте график функции $y = \dfrac{(x-4)(x^2-6x+8)}{x-4}$. Определите все значения m, при которых прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Функция определена при $x \neq 4$. На этой области она равна $y = x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 1$.
Строим параболу с вершиной $(3; -1)$ и выколотой точкой $(4; 0)$.
При $m < -1$ общих точек нет. При $m = -1$ имеется одна точка — вершина.
При $m > -1$ горизонтальная прямая обычно пересекает параболу дважды. При $m = 0$ одна из этих точек выколота, а вторая имеет абсциссу 2 и сохраняется.
Следовательно, ровно одна общая точка получается при $m = -1$ или $m = 0$.



Ответ: $m = -1$ или $m = 0$.

Задание 23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N. Найдите BN, если $MN = 4$, $AC = 12$, $NC = 22$.

Из параллельности MN и AC следует, что треугольники BMN и BAC подобны по двум углам.

Пусть $BN = x$, тогда $BC = x + 22$. По подобию $\dfrac{x}{x+22} = \dfrac{4}{12}$.
Отсюда $12x = 4(x+22)$, то есть $8x = 88$. Получаем $BN = 11$.
Ответ: 11.

Задание 24

В треугольнике ABC стороны AB и AC равны. На сторонах AB и AC взяты соответственно точки M и N так, что $BM = CN$. Докажите, что $CM = BN$.

Углы при основании равнобедренного треугольника равны: $\angle ABC = \angle BCA$.
В треугольниках MBC и NCB имеем $BM = CN$ по условию, $BC = CB$ как общую сторону и равные углы между ними: $\angle MBC = \angle NCB$.
Эти треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Поэтому соответствующие стороны CM и BN равны.

Задание 25

В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 78$, $BC = 60$. Окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC соответственно в точках K и L, отличных от B и C. Найдите KL.

Углы BKC и BLC прямые, так как опираются на диаметр BC. Следовательно, $CK \perp AB$ и $BL \perp AC$.

Высота из A к основанию BC делит основание пополам. Поэтому $\cos B = BC/(2AB) = \dfrac{5}{13}$.

В прямоугольном треугольнике BKC получаем $BK = BC\cos B = \dfrac{300}{13}$. По симметричному рассуждению $CL = BK$. Значит, $AK = AL = 78 - \dfrac{300}{13} = \dfrac{714}{13}$.

Имеем $AK/AB = AL/AC$, поэтому $KL \parallel BC$, а треугольники AKL и ABC подобны. Следовательно, $KL = BC \cdot AK/AB = 60 \cdot \dfrac{\frac{714}{13}}{78} = \dfrac{7140}{169}$.

Ответ: $\dfrac{7140}{169}$.