Решения. Вариант 94

Материалы для проверки. В заданиях 1–19 приведены вычисления и пояснения к ответам; в заданиях 20–25 — развёрнутые решения.

Задание 1

По столбцу диапазонов: 14 м³ — печь № 3, 12 м³ — печь № 2, 8 м³ — печь № 1.
Ответ: 321.

Задание 2

$V = 4{,}1 \cdot 2{,}8 \cdot 2{,}1 = 24{,}108$ м³.
Ответ: 24,108.

Задание 3

Радиус к верхнему концу вертикальной стороны является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами $16 : 2 = 8$ см и 15 см.
$R = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ см.
Ответ: 17.

Задание 4

После скидки остаётся 80% цены. Получаем $34600 \cdot \dfrac{80}{100} = 27680$ руб.
Ответ: 27680.

Задание 5

Объём парной равен $24{,}108$ м³. Подходят печи № 2, 3.
Печь № 2: $34600 + 1250 = 35850$ руб.
Печь № 3: $28400 + 1250 + 6150 = 35800$ руб.
Наименьшая сумма — 35800 руб.
Ответ: 35800.

Задание 6

$(-10)^2 = 100$, $12^2 = 144$. Поэтому значение выражения равно $100 - 144 = -44$.
Ответ: -44.

Задание 7

Значение числа $\dfrac{122}{7}$ приблизительно равно $17{,}429$. Его положению на прямой соответствует точка B.
Ответ: 2.

Задание 8

Раскрываем квадрат суммы: $3 + 2\sqrt{30} + 10 - 2\sqrt{30} = 13$.
Ответ: 13.

Задание 9

Разложение на множители: $(x + 10)(x - 8) = 0$. Корни: -10 и 8.
Требуемый корень равен -10.
Ответ: -10.

Задание 10

Исправных ламп $500 - 19 = 481$. Вероятность равна $\dfrac{481}{500} = 0{,}962$.

Ответ: $0{,}962$.

Задание 11

График А: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;0)$. Ему соответствует формула 3, $y = -2x^2$.
График Б: ветви параболы направлены вверх, вершина находится в точке $(0;-1)$. Ему соответствует формула 1, $y = x^2 - 1$.
График В: ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $(0;2)$. Ему соответствует формула 2, $y = -x^2 + 2$.
Ответ: 312.

Задание 12

Выражаем массу: $m = \dfrac{2E}{v^2} = \dfrac{2 \cdot 384}{8^2} = 12$ кг.

Ответ: 12.

Задание 13

Первое неравенство даёт $x > -3$, второе — $x \le 0$. Берём пересечение этих промежутков.
Множество решений: $(-3;0]$.
Ответ: 1.

Задание 14

От первого до 15-го ряда число мест увеличивается 14 раз: $30 + 14 \cdot 3 = 72$.
Ответ: 72.

Задание 15

Углы при основании равны: $\angle B = \angle C$. Их сумма равна $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, поэтому каждый равен 30°.
Ответ: 30.

Задание 16

Гипотенуза равна $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$.
Центр описанной окружности находится в середине гипотенузы, поэтому $R = 15 : 2 = 7{,}5$.
Ответ: $7{,}5$.

Задание 17

$S = AD \cdot BH = 24 \cdot 8 = 192$.
Ответ: 192.

Задание 18

Разности координат концов отрезка по горизонтали и вертикали равны 6 и 8. По теореме Пифагора $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.
Ответ: 10.

Задание 19

Утверждение 1 верно. Это свойство касательной к окружности.
Утверждение 2 неверно. Равенство углов при основании является свойством равнобедренной трапеции, а не произвольной.
Утверждение 3 неверно. У ромба с острым углом 60 градусов диагонали имеют разные длины.
Ответ: 1.

Задание 20

Решите уравнение $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$.

Обозначим $t = x^2$, тогда $t \geq 0$.
Получим $t^2 - 50t + 49 = 0$, то есть $(t - 1)(t - 49) = 0$.
Оба значения $t = 1$ и $t = 49$ неотрицательны. Из $x^2 = 1$ получаем $x = \pm 1$, из $x^2 = 49$ — $x = \pm 7$.
Ответ: $-7;\ -1;\ 1;\ 7$.

Задание 21

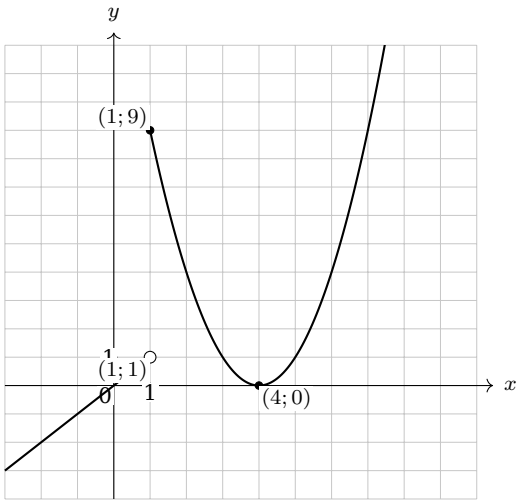
Два велосипедиста проехали один и тот же путь длиной 270 км. Скорость первого на 3 км/ч меньше скорости второго, поэтому первый затратил на путь на 3 ч больше. Найдите скорость первого велосипедиста.

Пусть скорость первого равна x км/ч, $x > 0$. Тогда скорость второго $x + 3$ км/ч.
По условию $\dfrac{270}{x} - \dfrac{270}{x+3} = 3$. Умножив на $x(x+3)$, получаем $810 = 3x(x+3)$.
После деления на 3 и разложения: $(x - 15)(x + 18) = 0$.
Корень $x = -18$ отрицателен и не подходит. Значит, скорость первого равна 15 км/ч. Разность времён действительно равна 3 ч.
Ответ: 15 км/ч.

Задание 22

Постройте график функции $y=\begin{cases}(x-4)^2+0, & x\geq 1,\\ x, & x<1.\end{cases}$ Определите все значения m, при которых прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Первая часть — парабола с вершиной $(4;0)$, оставленная при $x\geq 1$. Точка $(1;9)$ входит в график.
Вторая часть — луч прямой $y=x$ при $x<1$. Его конечная точка $(1;1)$ выколота. При $m<0$ есть одна точка на прямолинейном луче. При $m=0$ к ней добавляется вершина параболы: всего две точки.
При $0<m<1$ получаем две точки параболы и одну точку луча, всего три. При $1\leq m\leq 9$ луч уже не пересекается с горизонталью, а парабола даёт две точки. При $m>9$ остаётся только одна точка на правой ветви параболы. Верхняя граница 9 включена, поскольку точка $(1;9)$ принадлежит графику.



Ответ: $m=0$ или $1\leq m\leq 9$.

Задание 23

Высота, проведённая из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит гипотенузу на отрезки 9 и 36. Найдите периметр треугольника.

Гипотенуза равна $9+36=45$. Обозначим катеты u и v.
Из подобия треугольников, образованных высотой, следует: $u^2=45\cdot 9$ и $v^2=45\cdot 36$. Поэтому $u=9\sqrt{5}$, $v=18\sqrt{5}$. Складывая катеты и гипотенузу, получаем $P=45+27\sqrt{5}$.
Ответ: $45+27\sqrt{5}$.

Задание 24

В остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H.
Докажите, что $\angle BHC = 180^\circ - \angle BAC$.

Пусть E — основание высоты из B, а F — основание высоты из C. В четырёхугольнике $AEHF$ углы при E и F прямые.
По сумме углов четырёхугольника $\angle EHF + \angle EAF = 180^\circ$. При этом $\angle EAF = \angle BAC$.
Ортоцентр остроугольного треугольника находится внутри него. Лучи HE и HB противоположны, как и лучи HF и HC, поэтому $\angle BHC = \angle EHF$. Получаем требуемое равенство.

Задание 25

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M. Известно, что $AD = 11$, $MD = 7$. Точка H — точка пересечения высот треугольника. Найдите AH.

Угол BMC прямой, так как опирается на диаметр BC. В прямоугольном треугольнике BMC отрезок MD является высотой к гипотенузе.
По подобию треугольников BMD и MCD имеем $BD \cdot DC = MD^2 = 49$.
Треугольники BDH и ADC прямоугольные. Углы DBH и DAC равны, поскольку их стороны соответственно перпендикулярны. Поэтому треугольники подобны.
Следовательно, $\dfrac{DH}{DC} = \dfrac{BD}{AD}$, откуда $DH = \dfrac{BD \cdot DC}{AD} = \dfrac{49}{11} = \dfrac{49}{11}$.
Ортоцентр остроугольного треугольника лежит внутри него, значит, $AH = AD - DH = 11 - \dfrac{49}{11} = \dfrac{72}{11}$.
Ответ: $\dfrac{72}{11}$.