Параллельность плоскостей

Домашняя работа после второго занятия. Имя: _____

Как работать

Выполни задания 1-8. Задания 9-10 - по желанию. В доказательстве сначала назови плоскость и объясни, почему нужная прямая лежит в ней.

Шпаргалка

Что значит α ∥ β

Две различные плоскости не имеют общих точек. Нарисованные четырёхугольники - только участки бесконечных плоскостей.

Как доказать параллельность

Найди в каждой плоскости по две пересекающиеся прямые. Докажи, что прямые первой пары соответственно параллельны прямым второй пары.

Прямая внутри плоскости

Если $m \subset \alpha$ и $\alpha \parallel \beta$, то $m \parallel \beta$: у m и β не может быть общей точки.

Линии пересечения

Если γ пересекает параллельные α и β по прямым a и b, то $a \parallel b$. Обе прямые лежат в γ.

Отрезки между плоскостями

Параллельные прямые отсекают между двумя параллельными плоскостями равные отрезки.

Помни: одна пара параллельных прямых не доказывает параллельность плоскостей. Отрезки на непараллельных прямых не обязаны быть равными.

1-3. Вспоминаем и проверяем условия

1. Знакомый тетраэдр

В тетраэдре DABC точки M и N - середины DA и DB.
MN ∥ _____, так как MN - _____.
Объясни, почему MN ∥ (ABC).

2. Общие точки

Две различные плоскости имеют общую точку K. Могут ли они быть параллельными? Может ли K быть их единственной общей точкой? Объясни оба ответа.

3. Достаточно ли условий?

Плоскости α и β различны. В каждой строке реши, можно ли сделать вывод α ∥ β, и кратко объясни почему.

а) $a \subset \alpha$, $b \subset \beta$, $a \parallel b$.

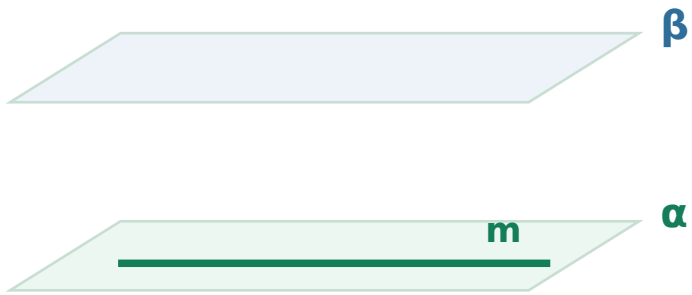
б) $a_1, a_2 \subset \alpha$ и пересекаются; $b_1, b_2 \subset \beta$ и пересекаются; $a_1 \parallel b_1$ и $a_2 \parallel b_2$.

в) $a_1, a_2 \subset \alpha$; $b_1, b_2 \subset \beta$; все четыре прямые параллельны друг другу.

4-5. Два коротких доказательства

4. Прямая и вторая плоскость

Дано: α ∥ β, m ⊂ α. Докажи, что m ∥ β.



Начало: если бы K принадлежала и m, и β, то…

5. Линии пересечения

Плоскость γ пересекает α и β по прямым a и b; α ∥ β. Докажи, что a ∥ b. Обязательно объясни, почему эти прямые не могут быть скрещивающимися.

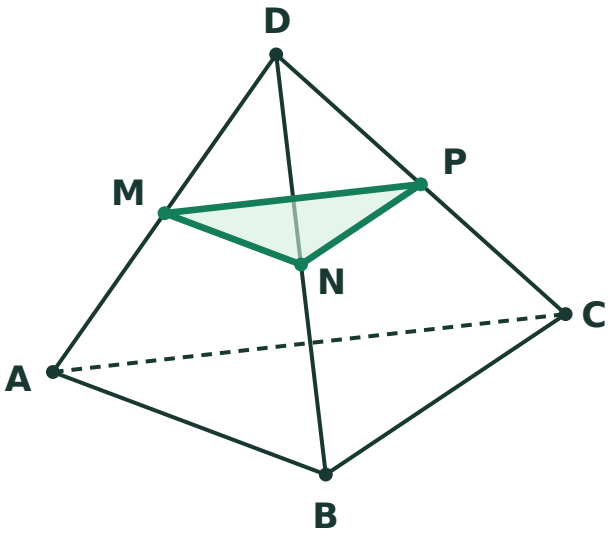
6-7. Свойства в задачах

6. Найди x и обе длины

α ∥ β. Параллельные прямые AA_1 и BB_1 пересекают α в A и B, а β в A_1 и B_1. $AA_1 = 3x - 6$, $BB_1 = x + 2$. Найди x, AA_1 и BB_1.

7. Параллельное сечение

DABC - тетраэдр. M, N, P - середины DA, DB, DC. AB = 10, AC = 14, BC = 16.



а) Докажи (MNP) ∥ (ABC).
б) Найди MN, MP, NP и периметр MNP.

8. Заметь ошибку в рассуждении

8а. Рисунок и бесконечная плоскость

«Два нарисованных четырёхугольника не касаются друг друга. Значит, плоскости параллельны». Что здесь не доказано? Как могли бы располагаться сами плоскости?

8б. Одинаковые или разные длины?

«Две плоскости параллельны. Значит, любые отрезки прямых между ними равны». Какое условие пропущено? Приведи пример, объясни словами или нарисуй.

Самопроверка

После решения проверь: я использую условие задачи или только внешний вид рисунка? Я назвал общую плоскость прямых? Я проверил все условия нужного признака?

9-10. Дополнительно

Эти задачи можно разобрать вместе на следующем уроке.

9. Не обязательно середины

В тетраэдре DABC точки M, N, P лежат на отрезках DA, DB, DC и **DM/DA = DN/DB = DP/DC = 2/3.**
Докажи (MNP) ∥ (ABC). Если AB = 12, AC = 15, BC = 18, найди стороны треугольника MNP.

Подсказка: в каждом треугольнике две стороны от вершины D разделены в одинаковом отношении. Используй обратную теорему Фалеса или подобие.

10. Что изменится?

В тетраэдре DABC точки M и N - середины DA и DB. Точка P лежит на отрезке DC, причём DP/DC = 2/3. Будут ли (MNP) и (ABC) параллельными? Объясни свой вывод.

Подсказка: предположи, что плоскости параллельны. Посмотри на их линии пересечения с плоскостью DAC.