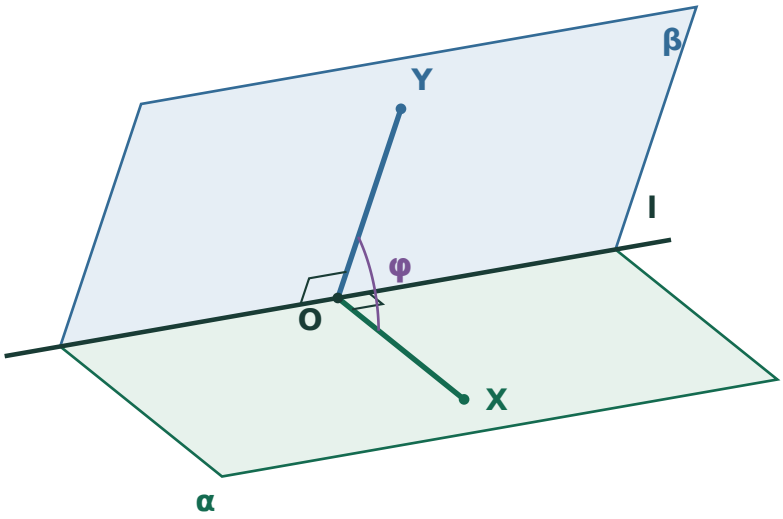
# Шпаргалка 1. Выбор угла

Занятие 5. Практикум: от рисунка к доказательству.

## Сначала найди ребро и грани

Ребро - общая граничная прямая двух полуплоскостей. Для линейного угла нужны два луча из одной точки ребра.




На схеме: l - ребро; OX и OY лежат в разных гранях.

## Проверь оба перпендикуляра

**1.** Возьми точку O на ребре l.
**2.** В каждой грани проведи из O луч, перпендикулярный l.
**3.** Обоснуй OX ⊥ l и OY ⊥ l по отдельности.
**Вывод:** ∠XOY - линейный угол двугранного угла.

## Двугранный угол

Его величина равна величине его линейного угла.

Выбор другой точки на ребре не меняет величину линейного угла.

## Угол между плоскостями

Выбирают угол **не больше 90°**. Если данный двугранный угол тупой, вычти его из 180°.

Из четырёх углов два равны θ, ещё два - 180° - θ.

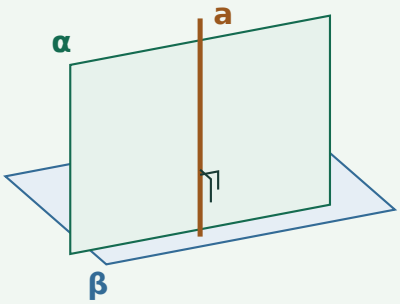
# Шпаргалка 2. Доказательство

Проверяй условия правила и записывай основание каждого вывода.

**α ⊥ β:** угол между плоскостями равен **90°**.

## Признак перпендикулярности

Если одна плоскость содержит прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.




**a ⊂ α; a ⊥ β ⇒ α ⊥ β.**

Важно: a перпендикулярна всей плоскости β.

## Следствие: два отдельных вывода

Если **α ∩ β = l** и **l ⊥ γ**, то **α ⊥ γ** и **β ⊥ γ**.
Прямая l лежит в каждой из плоскостей α и β. Примени признак к каждой паре плоскостей отдельно.

## Прямоугольный параллелепипед

Все грани - прямоугольники. Плоскости соседних граней **перпендикулярны**; плоскости противоположных граней **параллельны**.

## План доказательства в тетраэдре

Если все рёбра равны, его грани - равносторонние треугольники.
**1.** Найди общее ребро нужных граней и его середину.
**2.** Проведи к этой середине медиану в каждой грани.
**3.** В равностороннем треугольнике медиана - также высота.
**4.** Проверь вершину и обе стороны угла. Примени определение линейного угла.

# Домашняя работа. Часть 1

Углы. Записывай вычисления и называй использованное правило.

Имя: Дата: _____

## 1 Найди данный двугранный угол

Линейный угол выбранного двугранного угла равен **132°**. Найди величину данного двугранного угла и назови использованное правило.

## 2 Найди угол между плоскостями

Один из двугранных углов при пересечении двух плоскостей равен **132°**. Найди угол между плоскостями. Объясни, почему он отличается от данного угла.

## 3 Четыре угла при пересечении

Угол между двумя пересекающимися плоскостями равен **41°**. Запиши величины всех четырёх двугранных углов. Подчеркни величину большего угла.

## 4 Новая точка - тот же угол

Линейный угол данного двугранного угла равен **73°**. В другой точке того же ребра построили линейный угол в тех же гранях. Найди его величину и объясни, почему выбор точки не влияет на ответ.

# Домашняя работа. Часть 2

Плоскости. Для каждого вывода проверь условия правила.

## 5 Проверь границы признака

Дано $a \subset \alpha$ и $a \perp \beta$. Что следует о плоскостях α и β? Верно ли, что каждая прямая плоскости α перпендикулярна β? Обоснуй ответы; неверное утверждение опровергни примером.

## 6 Можно ли сделать дополнительный вывод?

$\alpha \cap \beta = l$ и $l \perp \gamma$. Обоснуй $\alpha \perp \gamma$ и $\beta \perp \gamma$. Обязательно ли из тех же условий следует $\alpha \perp \beta$?

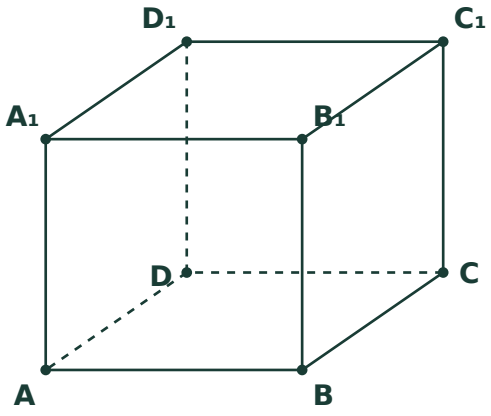
## 7 Общее ребро другой пары граней

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найди линию пересечения плоскостей $DCC_1D_1$ и $BCC_1B_1$. Обоснуй ответ через общие точки.

## 8 Линейный угол у ребра BC

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Построй линейный угол двугранного угла $A\text{-}BC\text{-}C_1$ с вершиной B. Назови угол и обоснуй перпендикулярность обеих его сторон ребру BC.

Схема к заданиям 7-8

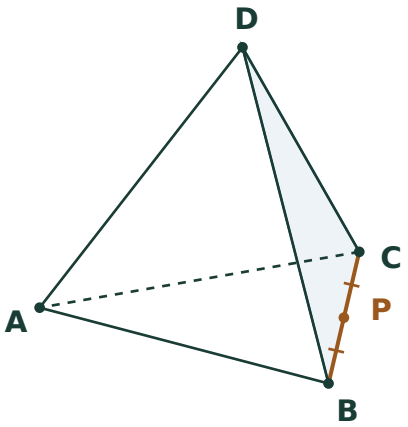


# Домашняя работа. Часть 3

Доказательство. Вспомогательные отрезки дорисуй самостоятельно.

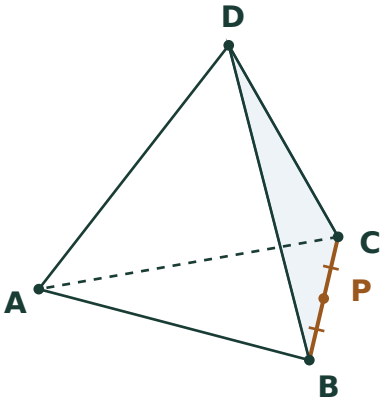
## 9 Докажи перпендикулярность без образца

В тетраэдре DABC все рёбра равны, P - середина BC. Докажи DP ⊥ BC. Назови свойство треугольника, на котором основано доказательство.




## 10 Назови построенный линейный угол

В тетраэдре DABC все рёбра равны, P - середина BC. Построй и назови линейный угол двугранного угла D-BC-A. Обоснуй выбор двух лучей.

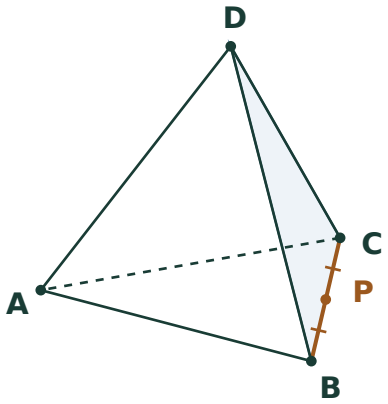


# Домашняя работа. Часть 4

Проверка рассуждений. Объясни, каких условий не хватает.

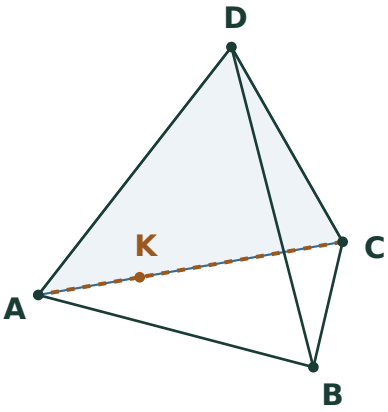
## 11 Проверь полноту доказательства

В тетраэдре DABC все рёбра равны, P - середина BC. В решении записано только DP ⊥ BC и AP ⊥ BC. Что нужно добавить, чтобы полностью обосновать, что ∠DPA - линейный угол D-BC-A?




## 12 Исправь неверное построение

В тетраэдре DABC все рёбра равны. K лежит на AC, **AK = AC/3**. Ученик назвал ∠DKB линейным углом B-AC-D. Как нужно изменить построение, чтобы один луч нового линейного угла проходил через D, а другой - через B? Обоснуй исправление.




**Перед отправкой:**

☐ подписал углы ☐ указал правила ☐ проверил чертежи