Ответы: задания 1-3

В каждой задаче оцениваем не только вывод, но и основание.

1. Связь с предыдущим уроком

MN ∥ AB, потому что MN - средняя линия треугольника DAB. Точка M находится внутри DA и не совпадает с A. Прямая DA пересекает (ABC) только в A, значит, M ∉ (ABC). Поэтому MN не лежит в (ABC); при этом MN ∥ AB и AB ⊂ (ABC). По признаку параллельности прямой и плоскости MN ∥ (ABC).

2. Общая точка

Нет, плоскости с общей точкой не параллельны. Для двух различных плоскостей эта точка не может быть единственной общей: плоскости пересекаются по прямой, которая содержит все их общие точки.

3. Достаточность условий

а) Нет. Плоскости пола и стены пересекаются, но на них можно выбрать параллельные прямые, направленные вдоль линии их пересечения.

б) Да. Выполнен признак: две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой.

в) Нет. Оба набора задают лишь одно направление. На полу и на стене можно нарисовать по две различные параллельные прямые одного направления; плоскости всё равно пересекаются.

Как проверить понимание

Для полного ответа в 3а и 3в достаточно одного понятного контрпримера. Фраза «не хватает данных» без пояснения показывает результат, но ещё не объясняет причину.

Ответы: задания 4-5

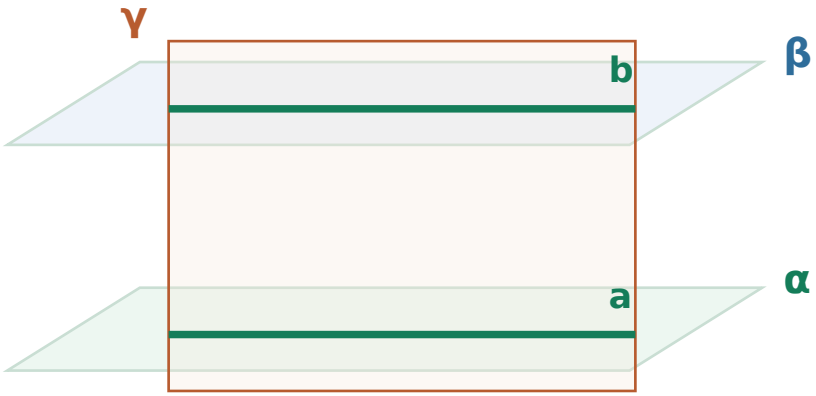
Оба доказательства опираются на отсутствие общих точек.

4. $m \subset \alpha$, $\alpha \parallel \beta \Rightarrow m \parallel \beta$

У α и β нет общих точек. Все точки m принадлежат α, поэтому ни одна из них не принадлежит β. Таким образом, у m и β нет общих точек, и $m \parallel \beta$ по определению.

Допустим и способ от противного: если $K \in m$ и $K \in \beta$, то из $m \subset \alpha$ следует $K \in \alpha$. Тогда K - общая точка α и β, что противоречит $\alpha \parallel \beta$.

5. $a \parallel b$



Прямые a и b лежат в γ. Они различны, поскольку совпадение дало бы общие точки α и β. Они не пересекаются: любая их общая точка тоже принадлежала бы обеим параллельным плоскостям. Значит, a и b - две различные непересекающиеся прямые одной плоскости, то есть $a \parallel b$.

Ключевая фраза

В пространстве «не пересекаются» само по себе не означает «параллельны». Ученик должен назвать γ как общую плоскость прямых.

Ответы: задания 6-7

6. x = 4; обе длины равны 6

Отрезки параллельных прямых между параллельными плоскостями равны. Поэтому 3x - 6 = x + 2; 2x = 8; x = 4. Подстановка даёт 3 · 4 - 6 = 6 и 4 + 2 = 6. Длины положительны.

7а. Параллельность плоскостей

В треугольнике DAB отрезок MN соединяет середины DA и DB, поэтому MN ∥ AB. В треугольнике DAC отрезок MP - средняя линия, поэтому MP ∥ AC.

MN и MP лежат в (MNP) и пересекаются в M. AB и AC лежат в (ABC) и пересекаются в A. Плоскости различны, так как M ∉ (ABC). По признаку параллельности плоскостей (MNP) ∥ (ABC).

7б. Длины и периметр

MN = AB/2 = 5.
MP = AC/2 = 7.
NP = BC/2 = 8, поскольку NP - средняя линия DBC.
P(MNP) = 5 + 7 + 8 = 20.

Допустимые варианты доказательства

Можно выбрать и другие две стороны треугольника MNP: они тоже пересекаются. Важно правильно назвать соответствующие стороны ABC и плоские треугольники, где используются средние линии.

Ответы: задания 8-10

8. Исправляем два утверждения

8а. На рисунке видны лишь ограниченные участки. Сами плоскости бесконечны и могут пересекаться за пределами этих участков. Непересечение нарисованных четырёхугольников не доказывает параллельность плоскостей.

8б. Пропущена параллельность прямых. Например, между полом и параллельной ему полкой вертикальный отрезок короче наклонного с теми же уровнями концов. Их длины не обязаны совпадать.

9. Общая доля 2/3

Из DM/DA = DN/DB = 2/3 в треугольнике DAB следует MN ∥ AB и MN/AB = 2/3. Аналогично MP ∥ AC и NP ∥ BC. Как в задаче 7, две пересекающиеся пары дают (MNP) ∥ (ABC). Длины: MN = 8, MP = 10, NP = 12.

10. Плоскости не параллельны

Предположим (MNP) ∥ (ABC). Плоскость DAC пересекает их по MP и AC, поэтому MP ∥ AC. Тогда в треугольнике DAC получаем DM/DA = DP/DC. Но по условию эти отношения равны 1/2 и 2/3. Противоречие. Значит, (MNP) и (ABC) не параллельны.

Плоскости DAC и (MNP) различны: N лежит на DB вне DAC. Поэтому их линия пересечения действительно MP. Сечение через M, N, P существует: эти точки не лежат на одной прямой.

Как оценить готовность к следующему шагу

Это ориентир для обратной связи, а не обязательная отметка.

Критерии по заданиям

1-2	Названы средняя линия, исключение принадлежности прямой плоскости и правило пересечения двух плоскостей.
3	Верно: нет / да / нет. Для отрицательных ответов приведён контрпример.
4-5	Каждый вывод связан с принадлежностью точек. В задаче 5 отдельно названа общая плоскость γ.
6	Записано равенство с основанием, найдено x = 4, обе длины проверены.
7	Найдены две пересекающиеся пары прямых, доказаны их параллельности, получены 5, 7, 8 и 20.
8	Ученик различает участок и всю плоскость; называет условие параллельности прямых.

Как выбрать продолжение

Если ошибки только в вычислениях, повторить арифметику и перейти к новым сечениям. Если пропущена общая плоскость или второе направление, вернуться к моделям и попросить ученика заново объяснить доказательство вслух.

Материалы продолжают урок от 29 октября 2026 года и опираются на присланные фотографии конспекта о параллельности плоскостей. Новые упражнения составлены для обучения; неразборчивые условия из тетради не выдаются за дословные задачи учебника.