Путь, скорость и время

Скорость постоянная. Сначала обозначь искомую величину буквой и подпиши её единицу измерения.

Что ищем	Связь величин	Пример
Путь s	$s = vt$	$s = 6 \cdot 3 = 18$
Скорость v	$vt = s$	$3v = 18, \quad v = 6$
Время t	$vt = s$	$6t = 18, \quad t = 3$

В примере путь измерен в километрах, скорость - в км/ч, время - в часах.

План решения

1. Пусть x - неизвестная величина.
2. Вырази через x остальные величины.
3. Объясни, какие величины равны, и составь уравнение.
4. Реши его и ответь на вопрос задачи.
5. Проверь ответ по исходному условию.

Минуты переводим в часы

Минуты	Часы	Минуты	Часы
15	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	30	$\frac{1}{2} = 0{,}5$
20	$\frac{1}{3}$	40	$\frac{2}{3}$
45	$\frac{3}{4} = 0{,}75$	75	$1\frac{1}{4} = 1{,}25$
80	$1\frac{1}{3}$	90	1,5

Минуты дели на 60; часы умножай на 60. 1 ч 20 мин - это 80 мин. А 1,2 ч - это 1 ч 12 мин.

Согласуй единицы
При скорости в км/ч подставляй время в часах; при скорости в м/мин - в минутах.

Четыре схемы движения

Определи, уменьшается или увеличивается промежуток. Подпиши направление движения каждого участника.

1. Навстречу

Скорости 4 км/ч и 5 км/ч. Промежуток уменьшается.

$$v = 4 + 5 = 9$$

Если начальный промежуток S км, а до встречи x ч, то 9x = S.

2. В противоположные стороны

Скорости 12 км/ч и 18 км/ч. Промежуток увеличивается.

$$v = 12 + 18 = 30$$

Через t часов расстояние между участниками: S = 30t.

3. Вдогонку: сзади быстрее

Сзади 12 км/ч, впереди 8 км/ч. Промежуток уменьшается.

$$v = 12 - 8 = 4$$

При начальном промежутке S км время догонки x ч находим из 4x = S.

4. С отставанием: впереди быстрее

Сзади 8 км/ч, впереди 12 км/ч. Промежуток увеличивается на 4 км за каждый час.

$$v = 12 - 8 = 4$$

Не забудь начальный промежуток
Новое расстояние равно прежнему плюс увеличение. При одинаковых скоростях и одном направлении промежуток не меняется.

Тип №303. Движение навстречу

Между городами 270 км. Два поезда выехали одновременно навстречу. Первый едет в 1,25 раза быстрее второго. Сколько километров проедет первый до встречи?

1. Обозначим неизвестную скорость

Пусть x км/ч - скорость второго поезда, x > 0. Тогда скорость первого равна 1,25x км/ч.

2. Найдём скорость сближения

$$x + 1{,}25x = 2{,}25x$$

3. Выразим время до встречи

Расстояние делим на скорость сближения. Оба поезда движутся одинаковое время.

$$t = \frac{270}{2{,}25x} = \frac{120}{x}$$

4. Вычислим путь первого

$$s_1 = 1{,}25x \cdot \frac{120}{x} = 150$$

Ответ: 150 км
Второй поезд проехал 120 км. Проверка: 150 + 120 = 270; 150 : 120 = 1,25.

Почему x не найдено?
Неизвестная скорость сократилась. По условию нельзя отдельно узнать скорости и время; для вычисления пути это не требуется.

Тип №305. Найти скорости

Участники выехали из одной точки в противоположные стороны. Скорость второго в 3 раза больше скорости первого. Через 1 ч 15 мин между ними 90 км.

1. Время и неизвестная

$$1+\frac{15}{60}=1{,}25$$

Пусть x км/ч - скорость первого. Тогда скорость второго равна 3x км/ч.

2. Составим уравнение

Скорость удаления x + 3x. За 1,25 ч расстояние стало 90 км.

$$1{,}25(x+3x)=90$$

3. Решим и найдём обе скорости

$$5x=90, \qquad x=18$$
$$3x=3\cdot 18=54$$

Ответ: 18 км/ч и 54 км/ч
Проверка: (18 + 54) · 1,25 = 90 км; 54 : 18 = 3.

Если один начал позже
Времена движения разные. Сначала найди путь первого до старта второго, затем составь уравнение для догонки.

Движение по реке

Собственная скорость - скорость лодки в стоячей воде. Плот без мотора движется со скоростью течения.

Направление	Скорость
По течению	собственная + течение
Против течения	собственная - течение
Плот без мотора	скорость течения

Если известны обе скорости движения

Пусть по течению 19 км/ч, против течения 13 км/ч. Обозначим скорость течения x км/ч. Собственную скорость можно выразить двумя способами:

$$19 - x = 13 + x$$
$$2x = 6, \qquad x = 3$$

Собственная скорость: 19 - 3 = 16 км/ч. Проверка: 16 + 3 = 19; 16 - 3 = 13.

Разность скоростей движения содержит две скорости течения. Поэтому её делят на 2. Половина суммы даёт собственную скорость.

Туда и обратно

Для каждого участка обозначь своё время. Если путь в одну сторону S, скорости по течению a и против течения b:

$$at_1 = S, \qquad bt_2 = S$$
$$t_1 = \frac{S}{a}, \quad t_2 = \frac{S}{b}, \quad t = t_1 + t_2$$

Проверь смысл
На равные пути уходит разное время. Для движения против течения собственная скорость лодки должна быть больше скорости течения.

Проценты, числа и дроби

Один процент - одна сотая выбранной величины. Сначала назови, что принято за 100%.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01; \quad 100\% = 1; \quad 50\% = 0{,}5$$

Проценты в число: раздели на 100

Процент	Число	Процент	Число
9%	0,09	4,5%	0,045
0,6%	0,006	175%	1,75

Число в проценты: умножь на 100

$$0{,}12 = 12\%; \quad 0{,}035 = 3{,}5\%; \quad 1{,}7 = 170\%$$

$$\frac{3}{8} = \left(\frac{3}{8} \cdot 100\right)\% = 37{,}5\%$$

Смешанное число перед знаком %

$$16\frac{2}{3}\% = \frac{50}{3} : 100 = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$$

$$12\frac{1}{2}\% = 12{,}5 : 100 = 0{,}125 = \frac{1}{8}$$

Если десятичная запись бесконечная, оставь точную дробь. Для положительной величины: меньше 100% - число меньше 1; больше 100% - число больше 1.

«Составляет» и «увеличили на»
Стало 150% от прежнего - стало 1,5 прежней величины. Увеличили на 150% - стало 250%, то есть 2,5 прежней величины.

Проценты: составляем уравнение

1. Процент от известной величины

В книге 200 страниц. Прочитано 15%. Сколько страниц прочитано? Пусть x - число прочитанных страниц.

$$\frac{x}{200} = 0{,}15, \qquad x = 30$$

Ответ: 30 страниц. Проверка: 30 : 200 · 100% = 15%.

2. Вся величина по её проценту

24 страницы - это 15% книги. Сколько страниц в книге? Пусть x - общее число страниц; это 100%.

$$0{,}15x = 24, \qquad x = \frac{24}{0{,}15} = 160$$

Ответ: 160 страниц. Проверка: 160 · 0,15 = 24 страницы.

3. Сколько процентов составляет часть

Из 80 карточек разобрали 28. Пусть x% - доля разобранных карточек.

$$\frac{x}{100} = \frac{28}{80}, \qquad 80x = 2800, \qquad x = 35$$

Ответ: 35%. Проверка: 80 · 0,35 = 28 карточек.

Вопрос перед уравнением
Что принято за 100%? Что обозначает x: всю величину, её часть или количество процентов? Единицу подпиши сразу.

Продолжение темы №340: №359 - величина по проценту; №367 - процентное отношение; №405 - процент от величины.